۲۵

۱- الف) $a_n = 4n+1$ — $a, 9, 13, 17, \ldots$ (+۴ +۴ +۴)

ب) $a_{10} = 4\times10+1 = 41$

۲- الف) $S_n = \frac{n}{2}(2a_1+(n-1)d)$ — $9, 10, 14, 18, \ldots$ (+۴ +۴)

$S_{10} = \frac{10}{2}(12+9\times4) = 5\times48 = 240$

ب) $a_{29}+a_{30}+a_{31}+a_{32} = 4a_1+118d = 4(9)+118(4) = 496$

۳- $1, \sqrt{3}, 2, 3-\sqrt{3}, \ldots$ (+۱−√۳ +۱−√۳)

$a_{25}-a_{23} = (1-\sqrt{3})\times2+2\sqrt{3}-((1-\sqrt{3})\times23+2\sqrt{3})$

$a_n = (1-\sqrt{3})n+2\sqrt{3}$

$= 2-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}-23+23\sqrt{3}-2\sqrt{3} = -21$

۴- $a^{2x}, 3\times2a^{x}, a^{y}$ (+۲×a^{۲x} +۲×a^{۲x})

$3\times2a^{x}+2\times a^{x} = a^{y}$

$2a^{x}(3+1) = a^{y-x}$ $\quad a^{2x}\times a = a^{4-x}$ $\quad 2x+1 = 4-x$

$3x = 3$ $\quad x = 1$

$x, 2, y \rightarrow 4 = x+y \rightarrow y = 4-x = 3$

$xy = 1\times3 = 3$

۵- $2(\frac{1}{2}), 4(\frac{1}{2}), 2(\frac{1}{2})-4, 2(\frac{1}{2})-1$

$3, -1, -4, -1$

$3, 0, 3, \ldots$ (+۳ +۳)

$a_n = 3n-6$ $\quad a_4 = 3(4)-6 = 6$

$2(2x-1) = 2x-4+6x$

$4x-2 = 8x-4$

$4x = 2 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

۶- $3, 5, 7, \ldots$ $a_n = 2n+1$ (+۲ +۲)

$2, 5, 8, \ldots$ $b_n = 3n-1$ (+۳ +۳)

۷ جمله مشترک $n \leq 7$

$4n-1 \leq 41$

$4n \leq 42$

$c_n = 4n-1$

$a_{25} = 41$

$b_{25} = 89$

۷- $a_۱ + a_۲ + a_۳ = ۲۱ \to ۳a_۱ + ۳d = ۲۱ \to a_۱ + d = ۷$

$a_۱ + a_۳ + a_۵ = ۱۰۵ \to ۳a_۱ + ۶d = ۱۰۵ \to a_۱ + ۲d = ۳۵$

$a_۱ + a_۱ + ۲d + a_۱ + ۴d$ $\qquad d = ۲۸$

$۳a_۱ = ۲۱ - ۳d \to a_۱ = -۲۱$ $\qquad a_۳ - a_۲ + a_۱ = a_۱ + ۲d - a_۱ - d + a_۱ = a_۱ + d = ۲۸ - ۲۱ = ۷$

$a_۱ = -۲۱ \qquad = \frac{۷}{-۲۱} = \frac{-۱}{۳}$

۸- $a_۱ + a_۲ + a_۳ = ۱۵ \qquad a_۱ + a_۱ + d + a_۱ + ۲d = ۱۵ \qquad ۳a_۱ + ۳d = ۱۵$

$a_۴ + a_۵ = ۲۵ \qquad a_۱ + ۳d + a_۱ + ۴d = ۲a_۱ + ۷d = ۲۵$

$-۱۵d = -۴۵ \to \boxed{d = ۳}$

$a_۱ + d = ۵ \to a_۱ = ۵ - ۳ = \boxed{۲}$ $\qquad a_n = a_۱ + (n-۱)d$

$a_{۱۰} = ۲ + ۹ \times ۳ = \boxed{۲۹}$

۹- $S_۹ = ۹S_۳ \qquad \frac{۹}{۲}(۲a_۱ + ۸d) = ۹(\frac{۳}{۲}(۲a_۱ + ۲d))$

$۹(a_۱ + ۴d) = ۲۷(a_۱ + d). \qquad ۹a_۱ + ۳۶d = ۲۷a_۱ + ۲۷d$

$۹d = ۱۸a_۱ \to d = ۲a_۱$

$$\frac{a_{۲۰}}{a_۷} = \frac{a_۱ + ۱۹(۲a_۱)}{a_۱ + ۶(۲a_۱)} = \frac{a_۱ + ۳۸a_۱}{a_۱ + ۱۲a_۱} = \frac{۳۹a_۱}{۱۳a_۱} = ۳$$

۱۰- $\left.\begin{matrix} a_۱ = ۱۱ \\ a_۷ = ۳۵ \end{matrix}\right\} \to a_۱ + ۶d = ۳۵ \to ۱۱ + ۶d = ۳۵ \to d = ۴ \to a_n = ۴n + ۷$

$a_۴ = ۴(۴) + ۷ = ۲۳ = b_۴ \qquad b_۴ = ۲۳$

$b_۱ = ۳۸$

$b_۱ + ۳d = ۲۳$

$b_۱ = ۳۸ \qquad -d = \frac{۱۳ - ۳۸}{n + ۱} \qquad a_n - d = -۲۵$

$d = -۵ \qquad a_n = ۲۰$

$\boxed{n = ۴}$