نیایش ساعی

① الف) $a_n = 4n+1$

۵، ۹، ۱۳، ۱۷، ...
$\underbrace{5,9}_{+4}, \underbrace{13}_{+4}, \underbrace{17}_{+4}$

ب) $a_{10} = (4\times 10)+1 = 41$

② الف) $S_{10} = \frac{10}{2}\left((2\times 6)+(9\times 4)\right) = 240$

۶، ۱۰، ۱۴، ۱۸، ...
$\underbrace{6,10}_{+4}, \underbrace{14}_{+4}, \underbrace{18}_{+4}$

ب)

$\underbrace{29, 30, 31, 32}_{\text{چهار جمله‌ی متستم}} \Rightarrow 2(a_{30}+a_{31}) =$

$2(a+29d+a+30d) =$

$2(6+116+6+120) = \boxed{496}$

۳

$d = ۱ - \sqrt{۳}$ $\qquad a_{۲۳} = a_{۲} + ۲۱d$

$a_{۲۳} = ۲ + ۲۱ - ۲۱\sqrt{۳} = ۲۳ - ۲۱\sqrt{۳}$

$a_{۲۵} = a_{۲} + ۲۳d \longrightarrow a_{۲۵} = ۲ + ۲۳ - ۲۳\sqrt{۳} = ۲۵ - ۲۳\sqrt{۳}$

$a_{۲۵} - a_{۲۳} = ۲۵ - ۲۳\sqrt{۳} - ۲۳ + ۲۱\sqrt{۳} = ۲ - ۲\sqrt{۳}$

۴

$b_n = x, ۲, y \Longrightarrow ۴ = x + y \rightsquigarrow ۴ - x = y$

$a_n = ۵^{۲x}, ۳ \times ۲۵^{x}, ۵^{y} \Longrightarrow ۶ \times ۵^{۲x} = ۵^{۲x} + ۵^{y}$

$۶ \times ۵^{۲x} - ۵^{۲x} = ۵^{y}$

$۵ \times ۵^{۲x} = ۵^{y}$

$۲x + ۱ = y$

$\begin{cases} ۲x + ۱ = y \\ ۴ - x = y \end{cases} \Longrightarrow ۲x + ۱ = ۴ - x$

$x = ۱ \;,\; y = ۳ \Rightarrow xy = ۱ \times ۳ = ۳$

۵

$۴x - ۲ = ۶x + ۲x - ۴$

$-۲ + ۴ = ۶x + ۲x - ۴x$

$x = \frac{۱}{۲} \rightsquigarrow -۳, ۰, ۳, \boxed{۶}$

۶

$a_n = \overset{+۲}{۳, ۵}, \overset{+۲}{۷}, \ldots \qquad a_{۲۰} = ۲ \times ۲۰ + ۱ = ۴۱$

$b_n = \underset{+۳}{۲, ۵}, \underset{+۳}{۸}, \ldots \qquad b_{۲۰} = ۳ \times ۲۰ - ۱ = ۵۹$

مشترک $t_n = ۶n - ۱$ $\qquad ۶n - ۱ \leq ۴۱$

$n \leq ۷$

هفت جمله

۷

$a_۱+a_۲+a_۳=۲۱ \rightarrow a_۱+a_۱+d+a_۱+۲d=۲۱$

$a_۱+a_۳+a_۵=۱۰۵ \rightarrow a_۱+a_۱+۲d+a_۱+۴d=۱۰۵$

$۳d=۸۴$

$d=۲۸ , a_۱=-۲۱$

$\frac{a_۳-a_۲+a_۱}{a_۱}=\frac{a_۱+۲d-a_۱-d+a_۱}{a_۱} \Rightarrow \frac{a_۱+d}{a_۱}=\frac{-۲۱+۲۸}{-۲۱}=\boxed{\frac{-۷}{۲۱}=-\frac{۱}{۳}}$

۸

$a_۱+a_۲+a_۳=۱۵ \rightarrow a_۱+a_۱+d+a_۱+۲d=۱۵$

$a_۴+a_۵=۲۵ \rightarrow a_۱+۳d+a_۱+۴d=۲۵$

$a_۱-۴d=-۱۰$

$a_۱=۴d-۱۰ \rightarrow \boxed{a_۱=۱۲-۱۰=۲}$

$۴d-۱۰+۳d+۴d-۱۰+۴d=۲۵$

$\boxed{d=۳}$

$a_{۱۰}=a_۱+۹d \Rightarrow a_{۱۰}=۲+۹\times۳=\boxed{۲۹}$

۹

$\frac{۹}{۲}(۲a_۱+۸d)=۹\times\frac{۳}{۲}\times(۲a_۱+۲d)$

$۱۸a_۱+۷۲d=۵۴a_۱+۵۴d$

$d=۲a$

$\frac{a_{۲۰}}{a_۷}=\frac{a_۱+۱۹d}{a_۱+۶d} \Rightarrow \frac{a+۳۸a}{a+۱۲a}=\frac{۳۹a}{۱۳a}=\boxed{۳}$

۱۰

$a_n=\overset{①}{۱۱},\dots,\overset{⑦}{۳۵}$ $\quad d=\frac{۲۴}{۶}=۴$ $\quad$ ۱۱, ۱۵, ۱۹, ۲۳, ۲۷, ۳۱, ۳۵

$b_n=\underset{①}{۳۸},\dots,۱۳$ $\quad d=\frac{۱۳-۳۸}{n+1}=-۵ \rightarrow n=۴$ واسطه

$a_۱+۳d=۲۳$

$۳۸+۳d=۲۳$

$d=-۵$