۱

$t_n = 5, 9, 13, 17, \dots$ (جمله‌ی عمومی)

$d = +4 \quad +4$

$t_n = a_1 + (n-1)d \longrightarrow 5 + (n-1)4 \longrightarrow 4n+1$

$\therefore 4 \times 10 + 1 = 41$

۲

$t_n = 4, 10, 16, 22, \dots \quad a_{10} \Rightarrow 6n+2 \longrightarrow 6\times 10 + 2 = 62$

$S = \frac{n}{2}(a_1 + a_{10}) \longrightarrow \frac{10}{2}(4+62) = 330$

$\therefore 6 \times 8 = 48 \longrightarrow a_{48} = 6 \times 47 + 2 = 284$

$\underbrace{284}_{-6}, \underbrace{278}_{-6}, \underbrace{272}_{-6}, \underbrace{266}_{-6}, \dots \Rightarrow 284 + 278 + 272 + 266 = 1100$

۳

$1+\sqrt{2}, 2, 2-\sqrt{2}, \dots \qquad 2 - 1 - \sqrt{2} = 1 - \sqrt{2}$

$\underbrace{1+\sqrt{2}}_{+1-\sqrt{2}}, \underbrace{2}_{+1-\sqrt{2}}, \underbrace{2-\sqrt{2}}_{}$

$t_{28} = t_{23} + 5d \longrightarrow t_{28} - t_{23} = \underbrace{5 \times (1-\sqrt{2})}_{5 - 5\sqrt{2}}$

۴

$a_n = a^{3n}, 2 \times 2a^n, a^y \qquad d = 2 \times a^{3n} - a^{2n} \Rightarrow a^{2n}(2-1) = 2 \times a^{3n}$

$d = a^y - 2 \times a^{3n} = 2 \times a^{3n} \Rightarrow a^y = \underbrace{2 \times a^{3n} + 2 \times a^{3n}}_{a^{2n}(a)}$

$a^y = a^{3n} \times a$

$y = 3n+1$

$b_n = x, 1, y \qquad y - 2 = 2 - x \qquad x + y = 4$

$x + y = 4$

$3n + y = -1$

$2n = 4$

$n = 1, \quad y = 3$

$xy = 3$

۵

$3n - 4, 2n - 1, 6n, \dots \qquad d = 2n - 1 - 3n + 4 = -n + 3$

$\underbrace{3n-4}_{+2}, 2n-1, 6n$

$4n - 2 + 2 = 6n \qquad 2 = 2n \qquad n = 1$

$a_1 = 2 \times 1 - 4 = -2$

$a_n = -2 + (n-1) - 2 = 2n - 6 \Rightarrow a_4 = 2 \times 4 - 6 = \boxed{2}$

$a_n = ۳, ۵, ۷, ۹, ۱۱, ۱۳, ۱۵, ۱۷, \ldots$ $\quad a_{۲۰} = ۲n+۱ = ۲۰\times۲+۱ = ۴۱$

$b_n = ۲, ۵, ۸, ۱۱, ۱۴, ۱۷$ $\quad b_{۲۰} = ۳n-۱ = ۲۰\times۳-۱ = ۵۹$

$۵, ۱۱, ۱۷, \ldots \mapsto ۵+۶(n-۱) = ۶n-۱$

$۶n-۱ \le ۴۱ \quad n \le ۷$

پس ۷ جمله‌ی مشترک

$a_۱ + a_۱+d + a_۱+۲d = ۲۱$ $\quad ۳a_۱+۳d = ۲۱$

$a_۱ + a_۱+۲d + a_۱+۴d = ۱۰۵$ $\quad a_۱+d = ۷$

$a_۱ + d = ۷$ $\quad ۳a_۱+۶d = ۱۰۵$

$a_۱ + ۲d = ۳۵$ $\quad a_۱+۲d = ۳۵$

$d = ۲۸ \quad a_۱ = -۲۱$

$a_۱+۲d - a_۱ \cdot d + a_۱ = \dfrac{a_۱+d}{a_۱} = \dfrac{۷}{-۲۱} = \dfrac{-۱}{۳}$

-١

$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 15$ $\quad 3a_1 + 2d = 15$

$a_1 + 2d + a_1 + 4d = 24$ $\quad a_1 + 2d = 9$

$a_1 = 9 - 2d$

$2a_1 + 6d = 24$

$2 \times (9 - 2d) + 6d = 24$

$18 - 4 + 6d = 24$ $\quad 5d = 15$ $\quad d = 3$ $\quad a_1 = 3$

$a_{10} = 3 + 9 \times 3 = \boxed{29}$

$$\frac{9}{2}(a_1+a_2) = 9\left(\frac{3}{2}(a_1+a_3)\right)$$

$$a_1 + a_4 = 3a_1 + 3a_3$$

$$a_1 + a_1 + 8d = 3a_1 + 3a_1 + 6d \Rightarrow 4a_1 = 2d \Rightarrow d = 2a_1$$

$$\frac{a_{20}}{a_2} = \frac{a_1+19d}{a_1+2d} \overset{2a_1}{=} \frac{39a_1}{13a_1} = 3$$

$a_1 + ۶d = ۳۵ \Rightarrow ۶d = ۲۴ \Rightarrow d = ۴ \qquad t_۴ = a_1 + ۳d = ۱۱ + ۱۲ = ۲۳$ -۱۰

۱۱

$b_n = ۳۸, \qquad b_۴ = ۲۳ \rightarrow b_۴ = b_1 + (n-1)d = ۲۳ = ۳۸ + ۳d$

$۳d = -۱۵$

$d = -۵$

$-۵ = \frac{b - a}{n+1} = \frac{۱۳ - ۳۸}{n+1} \Rightarrow -۵ = \frac{-۲۵}{k+1} \Rightarrow k + 1 = ۵$

$\boxed{k = ۴}$