ملیکا توللیان ۲۵

۱

$t_n = ۵ , ۹ , ۱۳ , ۱۷ , \dots$ ($d = +۴$, $+۴$)

الف) $t_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow ۵ + (n-1)۴ \rightarrow ۴n+1$

ب) $۴ \times ۱۰ + ۱ = ۴۱$

۲

$t_n = ۶ , ۱۰ , ۱۴ , ۱۸ , \dots$ ($+۴$) $\qquad a_{۱۰} \Rightarrow ۴n+۲ \rightarrow ۴\times ۱۰ + ۲ = ۴۲$

$S = \frac{n}{۲}(a_1 + a_{۱۰}) \rightarrow \frac{۱۰}{۲}(۶+۴۲) = ۲۴۰$

ج) $۴ \times ۸ = ۳۲ \rightarrow a_{۳۲} = ۴\times ۳۲ + ۲ = ۱۳۰$

$۱۱۸ , ۱۲۲ , ۱۲۶ , ۱۳۰$ (-۴, -۴, -۴) $\Rightarrow ۱۱۸ + ۱۲۲ + ۱۲۶ + ۱۳۰ = ۴۹۶$

۳

$۱+\sqrt{۳} , ۲ , ۳-\sqrt{۳} , \dots$ ($+۱-\sqrt{۳}$, $+۱-\sqrt{۳}$) $\qquad ۲ - ۱ - \sqrt{۳} = ۱ - \sqrt{۳}$

$t_{۲۵} = t_{۲۳} + ۲d \rightarrow t_{۲۵} - t_{۲۳} = \underbrace{۲\times(۱-\sqrt{۳})}_{۲-۲\sqrt{۳}}$

۴

$a_n = ۵^{۲n} , ۳\times ۲۵^{n} , ۵^{y}$ $\qquad d = ۳\times ۵^{۲n} - ۵^{۲n} \Rightarrow ۵^{۲n}(۳-۱) = ۲\times ۵^{۲n}$

$d = ۵^{y} - ۳\times ۵^{۲n} = ۲\times ۵^{۲n} \Rightarrow ۵^{y} = \underbrace{۲\times ۵^{۲n} + ۳\times ۵^{۲n}}_{۵^{۲n}(۵)}$

$۵^{y} = ۵^{۲n}\times ۵$

$y = ۲n+۱$

$b_n = x , ۲ , y$ $\qquad y - ۲ = ۲ - x$, $x + y = ۴$

$x + y = ۴$

$۲x + y = -۱$

$۳x = ۳$

$x = ۱$, $y = ۳$

$xy = ۳$

۵

$۲x-۴ , ۲x-۱ , ۶x , \dots$ ($+۳$) $\qquad d = ۲x - ۱ - ۲x + ۴ = ۳$

$۲x - ۱ + ۳ = ۶x \qquad ۲ = ۴x \qquad x = \frac{۱}{۲}$

$a_1 = ۲\times \frac{۱}{۲} - ۴ = -۳$

$a_n = -۳ + (n-1)۳ = ۳n - ۶ \Rightarrow a_۴ = ۳\times ۴ - ۶ = ۶$

$a_n = ۳, ۵, ۷, ۹, ۱۱, ۱۳, ۱۵, ۱۷, \ldots$ $\quad a_{۲۰} = ۲n+۱ = ۲۰\times۲+۱ = ۴۱$

$b_n = ۲, ۵, ۸, ۱۱, ۱۴, ۱۷$ $\quad b_{۲۰} = ۳n-۱ = ۲۰\times۳-۱ = ۵۹$

$۵, ۱۱, ۱۷, \ldots \mapsto ۵+۶(n-۱) = ۶n-۱$

$۶n-۱ \le ۴۱ \quad n \le ۷$

پس ۷ جمله‌ی مشترک

$a_۱ + a_۱+d + a_۱+۲d = ۲۱$ $\quad ۳a_۱+۳d = ۲۱$

$a_۱ + a_۱+۲d + a_۱+۴d = ۱۰۵$ $\quad a_۱+d = ۷$

$a_۱ + d = ۷$ $\quad ۳a_۱+۶d = ۱۰۵$

$a_۱ + ۲d = ۳۵$ $\quad a_۱+۲d = ۳۵$

$d = ۲۸ \quad a_۱ = -۲۱$

$a_۱+۲d - a_۱ \cdot d + a_۱ = \dfrac{a_۱+d}{a_۱} = \dfrac{۷}{-۲۱} = \dfrac{-۱}{۳}$

-١

$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 15$ $\quad 3a_1 + 2d = 15$

$a_1 + 2d + a_1 + 4d = 24$ $\quad a_1 + 2d = 9$

$a_1 = 9 - 2d$

$2a_1 + 6d = 24$

$2 \times (9 - 2d) + 6d = 24$

$18 - 4 + 6d = 24$ $\quad 5d = 15$ $\quad d = 3$ $\quad a_1 = 3$

$a_{10} = 3 + 9 \times 3 = \boxed{29}$

$$\frac{9}{2}(a_1+a_2) = 9\left(\frac{3}{2}(a_1+a_3)\right)$$

$$a_1 + a_4 = 3a_1 + 3a_3$$

$$a_1 + a_1 + 8d = 3a_1 + 3a_1 + 6d \Rightarrow 4a_1 = 2d \Rightarrow d = 2a_1$$

$$\frac{a_{20}}{a_2} = \frac{a_1+19d}{a_1+2d} \overset{2a_1}{=} \frac{39a_1}{13a_1} = 3$$

$\frac{a_1}{۱۱} + ۶d = ۳۵ \Rightarrow ۶d = ۲۴ \Rightarrow d = ۴ \quad t_۴ = a_1 + ۳d = ۱۱ + ۱۲ = ۲۳$ ۱۰-

$b_n = ۳n, \quad b_۴ = ۲۳ \rightarrow b_۴ = b_1 + (n-1)d = ۲۳ = ۳۸ + ۳d$

$۳d = -۱۵$

$d = -۵$

$-۵ = \frac{b-a}{n+1} = \frac{۱۳-۳۸}{n+1} \Rightarrow -۵ = \frac{-۲۵}{k+1} \Rightarrow k+1 = ۵$

$\boxed{k = ۴}$