Subject:
Year: Month: Date:

آرتین پورعسگری

۱-

الف)
$$y=x^2-5 \to x^2=y+5 \to x=\sqrt{y+5}$$
$$\to y+5\geq 0 \to y\geq -5 \to D_{f^{-1}}=[-5,+\infty)$$

ب)
$$y=x^3+1 \to x^3=y-1 \to x=\sqrt[3]{y-1} \to D_{f^{-1}}=R$$

۲-

الف)
$$y=\underbrace{x^2}_{a^2}\underbrace{-4x}_{-2ab}+\underbrace{6}_{4+2}^{b^2} \to x^2-4x+4+2=(x-2)^2+2$$
$$\to y-2=(x-2)^2 \to x-2=\sqrt{y-2}$$
$$\to x=\sqrt{y-2}+2 \to y-2\geq 0 \to y\geq 2 \to D_{f^{-1}}=[2,+\infty)$$

ب)
$$x^2-5x+1 \to (x^2-5x+6{,}25)-5{,}25=(x-2{,}5)^2-5{,}25$$
$$\sqrt{y+5{,}25}=\sqrt{(x-2{,}5)^2} \to x-2{,}5=\sqrt{y+5{,}25} \to x=\sqrt{y+5{,}25}-2{,}5$$
$$\to y+5{,}25\geq 0 \to y\geq -5{,}25 \to [-5{,}25,+\infty)$$

۳-

الف)
$$y=\frac{x^2+3}{x^2-2} \to yx^2-2y=x^2+3 \to yx^2-1x^2=2y+3$$
$$\to x^2(y-1)=2y+3 \to x^2=\frac{2y+3}{y-1} \to x=\sqrt{\frac{2y+3}{y-1}}$$
$$\to \frac{2y+3}{y-1}\geq 0 \to \begin{array}{c|c|c} & -1{,}5 & 1 \\ + & 0\ - & \text{ت}\ + \end{array} \to (-\infty,-1{,}5]\cup(1,+\infty)=D_{f^{-1}}$$
$$\to y-1\neq 0$$

ب)
$$y=\frac{2|x|+1}{|x|-4} \to y|x|-4y=2|x|+1 \to |x|(y-2)=4y+1$$
$$\to |x|=\frac{4y+1}{y-2} \to \frac{4y+1}{y-2}\geq 0 \to \begin{array}{c|c|c} & -\frac{1}{4} & 2 \\ + & 0\ - & \text{ت}\ + \end{array} \to (-\infty,-\tfrac{1}{4}]\cup(2,+\infty)$$

SARTI

Subject:
Year: Month: Date:

۴ـ

الف) $y = \frac{1}{x^2 - 4x} \to yx^2 - 4xy = 1 \to yx^2 - 4xy - 1$

$\to \Delta = b^2 - 4ac \to (-4y)^2 - 4(y)(-1) = \sqrt{16y^2 + 4y}$

به شرط نامنفی بودن که داریم همین زیر رادیکال است

$\to 16y^2 + 4y \geq 0$

$\to 4y(4y+1) \geq 0$ — $-\frac{1}{4}$, 0: $+ \; - \; +$ $\to D_f = (-\infty, -\frac{1}{4}] \cup (0, +\infty)$

نمی‌تواند باشد زیرا به ازای صفر مخرج کسر ۰ می‌شود

۵ـ

الف) $x^2 - 6x + 2 \to a > 0 \to min$ $\begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2} = 3 = x \\ 3^2 - 6(3) + 2 = -7 = y \quad (9 - 18) \end{cases}$

$\to D_f = [-7, +\infty)$

ب) $y = -x^2 + 4x + 2 \to a < 0 \to max$ $\begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2 \\ -(2)^2 + 4(2) + 2 = 6 \quad (-4, 8) \end{cases}$

$\to D_f = [-\infty, 6)$

۶ـ الف) $y = \sqrt{x^2 - 6x + 2} \to a > 0 \to min$ $\begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2} = 3 \\ \to y = -7 \end{cases}$

$\to [-7, +\infty) \geq 0 \to D_f = [0, +\infty)$

ب) $y = \sqrt{-x^2 + 4x + 10} \to a < 0 \to max$ $\begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2 \\ y = -(2)^2 + 4(2) + 10 = 14 \quad (-4, 8) \end{cases}$

$\sqrt{(-\infty, 14]} \to D_f = [0, \sqrt{14}]$

۷ـ

الف) $\mathbb{R}$

ب) $\sqrt{\mathbb{R}} \to \mathbb{R} \geq 0 \to [0, +\infty)$

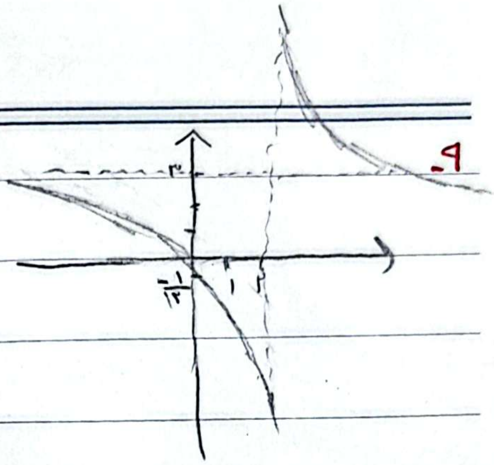
۸ـ الف) $D_f = \mathbb{R} - \{3\}$

ب) $D_f = \sqrt{\mathbb{R} - \{4\}} \to [0, +\infty) - \{\sqrt{4}\} \to [0, +\infty) - \{2\}$

SARTI

Subject:
Year: Month: Date:

۹- الف) → مجانب قائم : ریشه مخرج → $x = ۲$
→ مجانب افقی → $\frac{a}{c}$ → $۳ = y$
→ $x = ۰ \to y = -\frac{۱}{۲}$

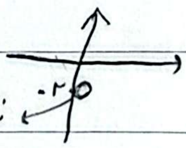


$ad \neq bc$ ← همواره برقرار است

$\frac{٤x - ۲}{-۲x + ۱}$ ← $٤ \neq ٤$

ب) → ریشه مخرج = مجانب قائم → $x = \frac{۱}{۲}$
→ مجانب افقی = $\frac{a}{c} = -۲ = y$ ← تابع هموگرافیک نیست

$y = \frac{٤x - ۲}{-۲x + ۱} \to -۲xy + y = ٤x - ۲$
$= -۲xy - ٤x = y - ۲ \to x(-۲y - ٤) = y - ۲ \to x = \frac{y - ۲}{-۲y - ٤} = \frac{(y - ۲)}{-۲(y + ۲)}$
$\to -۲(y + ۲) \neq ۰ \to -۲y - ٤ \neq ۰ \to ۲y \neq -٤ \to y \neq -۲$



نتیجه →
$D_f = \mathbb{R} - \{-۲\}$ ← نباید باشد ← y نباید ۲- باشد

۱۰- الف) $\cos^{۲} x \geq ۰ \to [۲, +\infty)$

ب) $\sqrt[۳]{\ }$ → تأثیر ندارد → $x + \frac{۱}{x} \to (-\infty, -۲] \cup [+۲, +\infty)$

SARTI