نام و نام خانوادگی .... [illegible] .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۸.. کلاس ..۵..........

۲۰ آفرین !!

۱

الف) ✗

$f(x)=\sqrt{x|x|}$ → 0 ✓، $-x$، $+$ ✓ $\Rightarrow [0,+\infty)$

$g(x)=x$ → 0 ✓، $-$ ✓، $+$ ✓ $\Rightarrow R$

برابر نیستند

ج)

$f(x)=\dfrac{4\sin^2 x-6\sin x}{2\sin x-3}=2\sin x$ ($2\sin x(2\sin x-3)$)

$g(x)=2\sin x$

برابر هستند

ب) ✓

$f(x)=\dfrac{(x+3)(x+1)+x+4}{x^2+5x+7}=\dfrac{x^2+5x+7}{x^2+5x+7}=1$

$g(x)=1$

برابر هستند

د)

$f(x)=\dfrac{x}{|x|}\rightsquigarrow R-\{0\}$

$g(x)=\dfrac{|x|}{x}\rightsquigarrow R-\{0\}$

برابر هستند

(۲)

۲

الف)

$f(x)=R \Rightarrow x^2+1\neq 0 \quad 0\leqslant \dfrac{x^2}{x^2+1}<1$

$g(x)=R \Rightarrow 0\leqslant [x-[x]]<1$

برابرند

ج) ت.ن

$f(x) \Rightarrow x-|x|>0 \Rightarrow x\geqslant 0 \quad |x|=x$ ت.ن

$g(x) \Rightarrow |x|-x>0 \Rightarrow x\geqslant 0 \quad |x|=x$ ت.ن

$D_g=(-\infty,0) \Rightarrow x<0$

برابر نیست

ب)

$f(x)\ [2x]\neq 0 \Rightarrow x<0$ یا $x\geqslant \frac{1}{2}$ $\quad (-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},+\infty)$

$g(x)\ [x]\neq 0 \Rightarrow x<0$ یا $x\geqslant 1$ $\quad (-\infty,0)\cup[1,+\infty)$

برابر نیست

د)

$f(x)=$ $-1:\frac{0}{-2}$ ، $0:\frac{0}{-1}$ ، $2:4$ $\Rightarrow D_f=R$

$g(x)=$ $-1:0$ ، $0:0$ ، $2:4$ $\Rightarrow D_f=R$

برابرند

(۲)

۳

$f(x)+g(x)=x^2+x+1$

$f(x)-g(x)=x^2-x+1$

$\Rightarrow 2f(x)=2x^2+2 \Rightarrow f(x)=\dfrac{2x^2+2}{2} \Rightarrow \boxed{f(x)=x^2+1}$

$f(x)+g(x)=x^2+x+1$

$-f(x)+g(x)=-x^2+x-1$

$\Rightarrow 2g(x)=2x \Rightarrow \boxed{g(x)=x} \Rightarrow f^2(x)-g^2(x)=(A-B)(A+B)$

$f^2(x)-g^2(x)=(x^2-x+1)(x^2+x+1) \Rightarrow ((x^2+1)-x)((x^2+1)+x)=(x^2+1)^2-x^2 \Rightarrow x^4+x^2+1$

$\boxed{f(x)=x^2+1 \quad g(x)=x}$ $\quad \boxed{f^2(x)-g^2(x)=x^4+x^2+1}$

(۲)

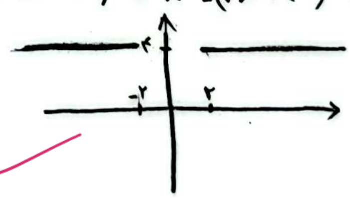
۴

$f(x)=x-\sqrt{x^2-4}$

$g(x)=x+\sqrt{x^2-4}$

$\Rightarrow f\times g=(x-\sqrt{x^2-4})(x+\sqrt{x^2-4})=x^2-(\sqrt{x^2-4})^2=x^2-x^2+4=4$

$x^2-4\geqslant 0 \Rightarrow (x-2)(x+2) \Rightarrow x\geqslant 2$ یا $x\leqslant -2$



(۲)

۵

$f(x)=\dfrac{ax+2}{x^2-mx+n}=\dfrac{ax+2}{x^2-mx+n}$

$\Rightarrow x-b=\dfrac{1}{a}(ax+2)=x+\dfrac{2}{a} \Rightarrow -b=\dfrac{2}{a} \Rightarrow b=-\dfrac{2}{a}$

$g(x)=\dfrac{x-b}{2x^2-3x-5}=\dfrac{x-b}{(2x-5)(x+1)}$

$(2x-5)(x+1)=\dfrac{1}{a}(x^2-mx+n) \Rightarrow 2x^2-3x-5=$

$\dfrac{1}{a}x^2-\dfrac{m}{a}x+\dfrac{n}{a} \Rightarrow 2=\dfrac{1}{a} \Rightarrow a=\dfrac{1}{2} \Rightarrow -3=-\dfrac{m}{a}=m=3a \Rightarrow \boxed{m=\dfrac{3}{2}}$

$-5=\dfrac{n}{a} \Rightarrow \boxed{n=-\dfrac{5}{2}} \quad ab=-2 \Rightarrow \boxed{b=-4}$

$am-bn=\dfrac{3}{4}-\dfrac{40}{4}=\boxed{-\dfrac{37}{4}}$

(۲)

$bx+2 = y(8x+b) \Rightarrow bx+2 = 8xy+by \Rightarrow b=8y=by=2 \Rightarrow y=\frac{b}{8}$

$2=(\frac{b}{8})b \Rightarrow 2=\frac{b^2}{8} \Rightarrow b^2=16 \Rightarrow \boxed{b=\pm 4} \xrightarrow{b=4} y=+\frac{1}{2}, c=+\frac{1}{2}$

$\xrightarrow{b=-4} y=-\frac{1}{2}, c=-\frac{1}{2} \xrightarrow{x=a} 8a+b=0 \Rightarrow 8a=-b \Rightarrow a=-\frac{b}{8}$

(۲)

(۱) $b=4$, $a=-\frac{1}{2}$, $c=\frac{1}{2}$ $\quad\quad$ (۲) $b=-4$, $a=\frac{1}{2}$, $c=-\frac{1}{2}$

$\frac{ab}{c} = \frac{-\frac{1}{2}\times 4}{\frac{1}{2}} = -2\times 2 = \boxed{-4}$ $\quad\quad$ $\frac{ab}{c} = \frac{\frac{1}{2}\times -4}{-\frac{1}{2}} = -2\times -2 = \boxed{4}$

۶

$f(x)=\{(-1,2)(2,4)(3,-2)(0,\frac{1}{2})\} \Rightarrow D_f=\{-1,2,3,0\}$

$2g=\{(2,8)(3,12)(-1,-8)(5,0)\} \Rightarrow D_g=\{2,3,-1,5\}$

$f+g=\{(-1,2)(2,8)(3,4)\}$

$\frac{2g}{f+g}=\{(-1,4)(2,1)(3,3)\}$

(۲)

$(-1,2)=f(-1)=\frac{2+1}{2}=2$

$(2,4)=f(2)=\frac{4+1}{2}=4$

$(3,-5)=f(3)=\frac{-5+1}{2}=-2$

$(0,\frac{1}{2})=f(0)=\frac{1}{2}$

$3,1,3 = \frac{2g}{f+g}$ ر.

۷

$f=\{(2,a)(-3,2a-2b)(c,5)(2,d)\}$

$g=\{(2,-1)(-3,1)(a-3b,5)\}$

$\Rightarrow (2,a)=(2,-1) \Rightarrow \boxed{a=-1}$ $\quad$ $(2,d)\Rightarrow \boxed{d=-1}$

$(-3,2a-2b)=(-3,-1) \Rightarrow -3-2b=1 \Rightarrow -2b=4$

$\boxed{b=-2} \Rightarrow (a-3b,5)=(c,5) \Rightarrow -1+9=c \Rightarrow \boxed{c=5}$

(۲)

$d+c=-1+5=\boxed{4}$

۸

دامنه تابع $g(x)$ شامل یک نقطه است، $g(x)$ فقط برای $x=a$ تعریف شده

$f(x)=\sqrt{-x^2+x-m} \Rightarrow -x^2+x-m \geq 0$

$-x^2+x-m=0 \Rightarrow b^2-4ac \Rightarrow 1-4m=0 \Rightarrow 4m=1 \Rightarrow m=\frac{1}{4} \Rightarrow -x^2+x-\frac{1}{4}=0$

$\Rightarrow -(x^2-x+\frac{1}{4}) \Rightarrow (x-\frac{1}{2})^2=0 \Rightarrow \boxed{x=\frac{1}{2}, a=\frac{1}{2}} \Rightarrow f(\frac{1}{2})=\sqrt{-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}=\sqrt{0}$

$\Rightarrow \boxed{b=0} \Rightarrow a+b=\frac{1}{2}+0=\boxed{\frac{1}{2}}$

(۲)

۹

$\frac{2x+a}{x^2+4x+b} = \frac{2}{x-c} \Rightarrow (2x+a)(x-c)=2(x^2+4x+b) \Rightarrow 2x^2-2cx+ax-ac=2x^2+12x+2b$

$\Rightarrow 2x^2+\underbrace{(a-2c)}_{12}x \underbrace{-ac}_{2b} = 2x^2+12x+2b \Rightarrow a-2c=12 \;,\; -ac=2b \Rightarrow g(x)\Rightarrow x\neq c, f(x)\Rightarrow x^2+4x+b\neq 0$

$x^2+4x+b=(x-c) \Rightarrow \frac{2}{x-c}=\frac{2(x-c)}{(x-c)^2}=\frac{2x-2c}{x^2-2cx+c^2} \Rightarrow x^2+4x+b=(x-c)(x-c)=(x-c)^2$

$=x^2-2cx+c^2 \Rightarrow -2c=4 \Rightarrow \boxed{c=-2} \Rightarrow c^2=b \Rightarrow \boxed{b=4}$ $\quad$ $a-2c=12 \Rightarrow \boxed{a=8}$

$4+4+-2=\boxed{12}$

(۲)

۱۰