شقایق امامی　　　تکلیف شماره ۸　　　دختر دهم B

۲۰ آفرین !!

۱- الف) $f(x)=\sqrt{x|x|} \longrightarrow D_f=[0,+\infty)$

$g(x)=x \longrightarrow D_g=\mathbb{R}$

دامنه برابر ندارند ← برابر نیستند ✗

(۲)

ب) $f(x)=\dfrac{(x+3)(x+1)+x+4}{x^2+5x+7}=\dfrac{x^2+\overbrace{\underbrace{4x}_{5x}+3+x}^{7}+4}{x^2+5x+7}=1$ برابر هستند ✓

$g(x)=1$

ج) $f(x)=\dfrac{4\sin^2x-6\sin x}{2\sin x-3}=\dfrac{2\sin x\,\cancel{(2\sin x-3)}}{\cancel{2\sin x-3}}=2\sin x$ برابر هستند ✓

$g(x)=2\sin x$

د) $f(x)=\dfrac{x}{|x|} \xrightarrow{\text{دارای}} \begin{matrix}+\to 1\\ -\to -1\\ 0\to 0\end{matrix}$ برابر هستند

$g(x)=\dfrac{|x|}{x} \longrightarrow \begin{matrix}+\to 1\\ -\to -1\\ 0\to 0\end{matrix}$

۲- الف) $f(x)=\left[\dfrac{x^2}{x^2+1}\right] \longrightarrow D_f=\mathbb{R}$　　$\left[\dfrac{x^2}{x^2+1}\right] \to \left[\dfrac{x^2+1-1}{x^2+1}\right]=\left[1-\dfrac{1}{x^2+1}\right]=[1^-]=0$

برابر هستند ✓

$g(x)=[x-[x]] \longrightarrow D_g=\mathbb{R}$ همواره برابر صفر

---

(۲)

ب) $f(x)=\dfrac{1}{[2x]} \longrightarrow [2x]\neq 0 \longrightarrow 0\leqslant 2x<1 \longrightarrow 0\leqslant x<\frac{1}{2}$　　$D_f=\mathbb{R}-[0,\frac{1}{2})$　دامنه برابر ندارند ← برابر نیستند ✗

$g(x)=\dfrac{1}{2[x]} \longrightarrow [x]\neq 0 \longrightarrow 0\leqslant x<1$　　$D_g=\mathbb{R}-[0,1)$

ج) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x-|x|}} \longrightarrow x-|x|>0 \longrightarrow x>|x|$ ناممکن　$D_f=\varnothing$　دامنه برابر ندارند ← برابر نیستند ✗

(در ازای + و ۰ برابری شوند)

$g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{|x|-x}} \longrightarrow |x|-x>0 \longrightarrow |x|>x$　$D_g=\mathbb{R}^-$ یا $(-\infty,0)$

د) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-x}{x-1} & ; x\neq 1\\ 2 & ; x=1\end{cases}$

بررسی برابری ضابطه

$\dfrac{x^3-x}{x-1}=x^2+x \longrightarrow \dfrac{x\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{x-1}}=x^2+x$　برابر هستند ✓

$g(x)=x^2+x$　　if $x=1$ $\begin{cases}f(1)=2\\ g(1)=2\end{cases}$

۳-

$f(x)-g(x)=x^{۲}-x+۱$

$+\quad f(x)+g(x)=x^{۲}+x+۱$

$۲f(x)=۲x^{۲}+۲ \longrightarrow \boxed{f(x)=x^{۲}+۱} \xrightarrow{\text{در نتیجه}} \boxed{g(x)=x}$

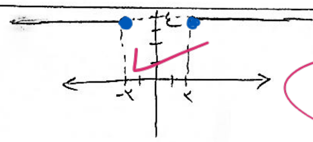
۲

"اتحاد مزدوج"

$f^{۲}(x)-g^{۲}(x)=\big(f(x)-g(x)\big)\times\big(f(x)+g(x)\big) \longrightarrow \boxed{x^{۴}+x^{۲}+۱}$

۴-

$f(x)=x-\sqrt{x^{۲}-۴}$ و $g(x)=x+\sqrt{x^{۲}-۴}$



۲

$f\times g=\left(x-\sqrt{x^{۲}-۴}\right)\left(x+\sqrt{x^{۲}-۴}\right) \to x^{۲}-(x^{۲}-۴)=\boxed{+۴}$

$D_f=D_g=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$

۵-

$f(x)=\frac{ax+۲}{x^{۲}-mx+n}$, $g(x)=\frac{x-b}{۲x^{۲}-۳x-۵}$ $\xrightarrow[a+c=b\ \to\ -۱,\ -\frac{c}{a}]{\neq ۰}$ $x\neq-۱$, $x\neq ۲٫۵$

۲

if $x\neq-۱$
$x\neq ۲٫۵$

$(x+۱)(x-۲٫۵)=x^{۲}-۱٫۵x-۲٫۵ \longrightarrow m=۱٫۵$ و $n=-۲٫۵$

$ax+۲=\frac{x-b}{۲} \longrightarrow ax+۲=\frac{x}{۲}-\frac{b}{۲}$ $\to a=\frac{۱}{۲}$, $\to b=-۴$

$am-bn=\overbrace{(\tfrac{۱}{۲})(۱٫۵)}^{۰٫۷۵}-\overbrace{(-۴)(-۲٫۵)}^{۱۰}=\boxed{-۹٫۲۵}$

۶-

$f(x)=\frac{bx+۲}{۸x+b}$, $g(x)=c$ $\qquad D_g=\mathbb{R}-\{a\}$

$D_f=\mathbb{R}-\{\frac{-b}{۸}\}$

$a=-\frac{b}{۸} \longrightarrow b=-۸a=\begin{cases}-۴\\ ۴\end{cases}$

۲

$\frac{-۸ax+۲}{۸x-۸a}=c$ $\xrightarrow{\text{if } x=۰}$ $\frac{۲}{-۸a}=c \longrightarrow -\frac{۱}{۴a}=c=\begin{cases}-\frac{۱}{۲}\\ \frac{۱}{۲}\end{cases}$

$\xrightarrow{x=۱}$ $\cancel{\frac{-۸a+۲}{۸-۸a}=\frac{-۱}{۴a}}=c \longrightarrow -۸+\cancel{۸a}=-۳۲a^{۲}+\cancel{۸a} \longrightarrow a^{۲}=\frac{۱}{۴} \longrightarrow a=\begin{cases}\frac{۱}{۲}\\ -\frac{۱}{۲}\end{cases}$

$\boxed{\frac{ab}{c}=\pm۴}$

۷-

$۲f^{-۱}=\{(-۱,۳),(۲,۷),(۳,-۵),(۰,۰)\}$ و $g=\{(۲,۴),(۳,۶),(-۱,-۴),(۵,۰)\}$

$+۱\ \div۲$

$f=\{(-۱,۲),(۲,۴),(۳,-۲),(۰,\frac{۱}{۲})\}$

۲

$\frac{۲g}{f+g}$ $\begin{cases} x=-۱ \longrightarrow \frac{-۸}{-۲}=۴ \\ x=۲ \longrightarrow \frac{۸}{۸}=۱ \\ x=۳ \longrightarrow \frac{۱۲}{۴}=۳ \end{cases}$

برد

$R \to \boxed{۴,۱,۳}$

۸-

$f = \{(2,a),(-3,3a-2b),(c,5),(2,d)\}$, $g = \{(2,-1),(-3,1),(a-3b,5)\}$

$a = d = -1$ $\quad 1 = \overset{-3}{3\underset{-1}{a}} - 2b \longrightarrow b = -2$ $\quad \underset{-1}{a} - \overset{-6}{3\underset{-2}{b}} = c = 5$ $\quad d + c \longrightarrow -1 + 5 = \boxed{4}$

۲

۹-

$f(x) = \sqrt{-x^2 + x - m}$, $g(x) = \{(a,b)\}$

$f(x) = g(x)$ چون $\longrightarrow f(a) = \sqrt{-a^2 + a - m} = b \xrightarrow{\text{درنتیجه}} a + b = a + \sqrt{-a^2 + a - m}$

وقتی فقط یک جواب (ریشهٔ تکراری) بخواهیم داشته باشیم $\xleftarrow{\text{باید}} \Delta = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac \longrightarrow 1^2 - 4(-1)(-m) = 0 \longrightarrow m = \frac{1}{4}$

۲

حالا چون $\Delta = 0$ در نظر گرفتیم $\longrightarrow$ معادله فقط یک ریشه داره $\longrightarrow a = \frac{1}{2}$

اگر $a = \frac{1}{2} \longrightarrow b = f(\frac{1}{2}) = \sqrt{-(\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4}} = 0$

$a + b \Rightarrow \frac{1}{2} + 0 = \boxed{\frac{1}{2}}$

۱۰-

$f(x) = \frac{2x + a}{x^2 + 6x + b}$, $g(x) = \frac{2}{x - c}$

if $x = 0 \longrightarrow \frac{2}{-c} = \frac{a}{b} \Rightarrow 2b = -ca$

۲

$\frac{2}{x-c} = \frac{2(x + \frac{a}{2})}{(x-c)(x+\frac{a}{2})} \Rightarrow \frac{a}{2} - c = 6 \xRightarrow{\times 2} a - 2c = 12$

$D_f = D_g \longrightarrow \mathbb{R} - \{c, -\frac{a}{2}\} = \mathbb{R} - \{c\} \longrightarrow c = \frac{-a}{2} \Rightarrow a = -2c$

$-2c - 2c = 12 \longrightarrow c = -3$

$a = 6$

$b = 9$

$a + b + c = \boxed{12}$