سوال ۱

آواحاتی - دهم تجربی - 8

۱۲/۲۵

①

الف) $f(x)=\sqrt{x|x|}$ ①، $g(x)=x$ ②

② $x\geq 0 \Rightarrow [0,+\infty)$ دامنه‌ها برابر ✗

① $x|x|\geq 0 \Rightarrow [0,+\infty)$ یا $R^+\cup\{0\}$ ✓

✗

ب) $f(x)=\dfrac{(x+3)(x+1)+x+4}{x^2+5x+7}$ $g(x)=1$ $g(x)=\mathbb{R}$

$$\begin{array}{c|c|c} & -3 & -1 & \\ + & - & + \end{array}$$

$x^2+5x+7>0$

$x^2+5x>-7$

$x(x+5)>-7$?

$f=(-1,+\infty)\cup[-3,-\infty)$

برابر است ✓

~~برابر ✗~~

عبارت از صفر بزرگتر نیست!

$x^2+5x+7 \to \Delta=5^2-7(4)=-3 \to \Delta<0 \to$ ریشه ندارد

$D_f=D_g=\mathbb{R}$

$f(x)=g(x)=1$

ج) $f(x)=\dfrac{4\sin^2x-6\sin x}{2\sin x-3}$ $g(x)=2\sin x$

$g(x)=2\sin x\geq 0$

$\sin x\geq \frac{1}{2}$ چرا؟

چرا؟

$f(x)=\dfrac{4\sin^2x-6\sin x}{2\sin x-3}\geq 0 \to 4\sin^2x-6\sin x\geq 0$

$2\sin x(2\sin x-3)\geq 0$

$2\sin x\geq 0 \to \sin x\geq \frac{1}{2}$

$2\sin x-3\geq 0$

$\to \sin x\geq \frac{3}{2}$

$D_f=D_g=\mathbb{R}$

$f(x)=g(x)$

✓ ~~برابر~~ برابر

$f(x)=\dfrac{2\sin x(2\sin x-3)}{2\sin x-3}=2\sin x$

۵ چرا همه‌ی عبارت‌ها را تعیین علامت کردی؟

د) $f(x)=\dfrac{x}{|x|}$ $g(x)=\dfrac{|x|}{x}$

$\frac{x}{|x|}\geq 0 \to x\geq 0$ $|x|>0 \Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{0\}$ $|x|\neq 0$

$\frac{|x|}{x}\geq 0 \to |x|\geq 0$ $x>0 \Rightarrow D_g=f-\{0\}$ $x\neq 0$

✓ برابر

سوال 2

۱/۵

نیازی به تعیین علامت نیست!

۱) $f(x)=\left[\dfrac{x^3}{x^2+1}\right]$ $\downarrow$ $D_f=\mathbb{R}$

$g(x)=[x-[x]]$ $\downarrow$ $D_g=\mathbb{R}$ ✓

✓ برابر $D_{f,g}=\mathbb{R}$

۲) $f(x)=\dfrac{1}{[2x]}$ $g(x)=\dfrac{1}{2[x]}$

$[2x]>0$

$[2x]=0$

$D_f=[0,1]-[\frac{1}{2}]$

$D_g=[0,1)$ ✗ برابر

✓ $2[x]=0$

$[x]=0$

۳) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x-|x|}}$ $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{|x|-x}}$

$x-|x|>0$

[illegible] $x>|x| \Rightarrow D_f=\emptyset$

$|x|-x>0$ ✗ برابر

✓ $|x|>x \Rightarrow D_f=R^-$

$f(x)=\begin{cases}x^2+x & x\neq 1\\ 2 & x=1\end{cases}$

$g(x)=x^2+x$

$f(1)=g(1)$

$D_f=D_g=R$

$f(x)=g(x)$

۴) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-x}{x-1} & x\neq 1\\ 2 & x=1\end{cases}$ $g(x)=x^2+x$ ✗ برابر

$x^2+x\geq 0$ $x(x+1)\geq 0$

$$\begin{array}{c|c|c} & -1 & 0 & \\ + & - & + \end{array}$$

$D_g=[0,+\infty)\cup[-1,-\infty)$

$\dfrac{x(x^2-1)}{x-1}\geq 0$ $x(x^2-1)\geq 0$

$x\geq 0$ $x^2\geq 1$

$x\geq \pm 1$ $x-1>0 \to x>1$

$x\geq 1$

$D_f=[-1,+\infty)-\{1\}$

(3 ۱,۷۵

$f(x)\Rightarrow\quad f(x)+g(x)=x^۲+x+۱$

$+\quad f(x)-g(x)=x^۲-x-۱$

$۲f(x)=۲x^۲+۲\ \to\ f(x)=x^۲+۱$ ✓

$g(x)=x$ ✓

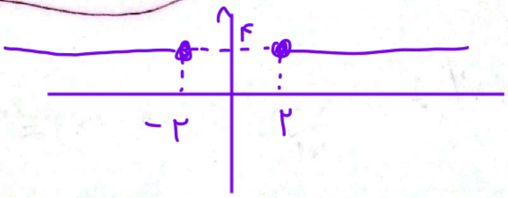
$f^۲(x)-g^۲(x)\Rightarrow(x^۲+۱)^۲-x^۲$

$x^۴-۱-x^۴+۲x^۲=\boxed{x^۴+۱+x^۲}$

$x^۴+۲x^۲+۱-x^۲$

$=x^۴+x^۲+۱$

(4 ۲



$x^۲-۴\geqslant ۰\qquad x^۲\geqslant ۴$

-۲		۲
+	-	+

$(x-۲)(x+۲)\geqslant ۰$

$[-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)\Rightarrow D_f=D_g\Rightarrow(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$

$D_f\cap D_g$ ✓

$f\times g=x^۲-(x^۲-۴)=۴$

(5 ۱

$f(x)=\frac{ax+۲}{x^۲-mx+n}$

$x^۲-mx+n=۲x^۲-۳x+۵\Rightarrow m=۳$
$n=۵$

$ax+۲=x-b\quad ۲(x^۲-\frac{۳}{۲}x-\frac{۵}{۲})$

$f(g)=\frac{x-b}{۲x^۲-۳x+۵}$

$a=۱\quad b=-۲\quad n=-\frac{۵}{۲}\quad m=-\frac{۳}{۲}$

$am-bn-$

$۱(۳)-(\cancel{-۲\times۵})=۳+۱۰$
-۱۰

$\Rightarrow\boxed{۱۳}$

$ax-x=-b-۲$

$x(a-۱)=-(b+۲)\quad x=\frac{-(b+۲)}{a-۱}$

$\frac{ax+۲}{۱}=\frac{x-b}{۲}\quad a=\frac{۱}{۲},\ b=-۴$

$am-bn=-\frac{۳}{۴}+۱۰=\frac{-۳۷}{۴}$

(6?!

$f(x)=\frac{bx+۲}{۸x+b}\qquad\frac{bx+۲}{۸x+b}=c\Rightarrow bx+۲=۸xc+bc$

$bx-۸xc=bc-۲$

$x(b-۸c)=bc-۲$

$x=\frac{bc-۲}{b-۸c}$

$g(x)=c$

$D_g=\mathbb{R}-\{a\}$

$bc=۲$
$۸c=b\to ۸c^۲=۲\to c=\pm\frac{۱}{۲}$.۵

$c=\frac{۱}{۲}\to a=-\frac{۱}{۲},\ b=۴\quad\frac{ab}{c}=-۴$

$c=-\frac{۱}{۲}\to a=\frac{۱}{۲},\ b=-۴\quad\frac{ab}{c}=۴$

(7 ۱

$\frac{۲g}{f+g}\Rightarrow\quad g=(۲,۴)(۳,۶)(-۱,-۴)(۵,۰)$

$۲f-۱=(-۱,۳)(۲,۷)(۳,-۵)(۰,۰)$

$\frac{۲g}{f+g}=(-۱,\frac{۸}{۳})$

$۲g=\{(۲,۸)(۳,۱۲)(-۱,-۸)(۵,۰)\}$

$f+g=\{(-۱,-۳)(۲,۷)(۳,۴)\}$

$\frac{۲g}{f+g}=\{(-۱,۴)(۲,۱)(۳,۳)\}$

(8 ۲

$\left.\begin{matrix}۳-۲b=-۱\\-۳-۲b=۱\end{matrix}\right\}\ -۲b=۴\ \to\boxed{b=-۲}\qquad\boxed{a=-۱}\leftarrow -۱+۵=۴$

$(۲,-۱)=(۲,d)\Rightarrow\boxed{d=-۱}$

$a-۳b=c$

$-۱-۳(-۲)=c\ \to\ c=۶-۱\Rightarrow\boxed{c=۵}$

$d+c=\boxed{-۱+۵=۴}$ ✓ *!

(۹

$f(x) = \sqrt{-(x^{۲} - x + m)} \rightsquigarrow \Delta = 0 \rightarrow m = \frac{1}{۴}$

$f(x) = \sqrt{-(x - \frac{1}{۲})^{۲}}$

$g(x) = [(a, b)]$ $\quad (x-a)(x-b)$

$x^{۲} - (a+b)x + ab$

$a = \frac{1}{۲}$

$b = ۰ \rightarrow a + b = \frac{1}{۲}$

$-a + b = +1 \rightarrow \boxed{a + b = 1}$

۰۱۵

(۱۰

$x + c$

$(x + ۳)^{۲} = x^{۲} + ۶x + ۹ = b \Rightarrow b = ۹$

$c = -۳$

$a = ۶$

$a + b + c = ۶ + ۹ - ۳ = \boxed{۱۲}$ ✓

۲