درنیا جبل عاملی

(۱) توابع و خواص آنها   نام و نام خانوادگی نوشته نشده   ۲۰۴   نمره شما صفر   مهندس عطر

(۲)

$y = \frac{x+۴}{۴x^۳-۲۰x^۲+۳۱x-۱۵}$ با جمع ضرایب صفر $\Rightarrow \frac{x+۴}{(x-۱)(۴x^۲-۱۶x+۱۵)}$

(+۱) $۴\times۱۵=۶۰ \Rightarrow (x-۱۰)(x-۶)$

یا $x=\frac{+۱۰}{۴}$ یا $x=\frac{+۶}{۴}$

$D_f = \mathbb{R} - \{+۱, +\frac{۶}{۴}, +\frac{۱۰}{۴}\}$

$\frac{۳}{۲} = ۱٫۵ \quad \frac{۵}{۲} = ۲٫۵$ ✓

$$\begin{array}{l|l} ۴x^۳-۲۰x^۲+۳۱x-۱۵ & x-۱ \\ \hline \mp۴x^۳\pm۴x^۲ & ۴x^۲-۱۶x+۱۵ \\ -۱۶x^۲+۳۱x & \\ \pm۱۶x^۲\mp۱۶x & \\ ۱۵x-۱۵ & \\ -۱۵x+۱۵ & \end{array}$$

(۱)

$y = \frac{x+۳}{\underbrace{۳x^۳-x^۲}_{-۵}\underbrace{-۸x-۴}_{-۵}} = \frac{x+۳}{(x+۱)(۳x^۲-۴x-۴)}$

(-۱) $۳\times-۴=-۱۲ \quad (x-۶)(x+۲)$

یا $x=\frac{+۶}{۳}$ یا $x=-\frac{۲}{۳}$

$D_f = \mathbb{R} - \{-۱, \cancel{+\frac{۶}{۳}}, -\frac{۲}{۳}\}$ ۲ ✓

$$\begin{array}{l|l} ۳x^۳-x^۲-۸x-۴ & x+۱ \\ \hline \mp۳x^۳\mp۳x^۲ & ۳x^۲-۴x-۴ \\ -۴x^۲-۸x-۴ & \\ \pm۴x^۲\pm۴x & \\ -۴x-۴ & \\ \mp۴x\mp۴ & \\ ۰ & \end{array}$$

الف) $y = \frac{x+۱}{x-\sqrt{۳-۲x}}$ = $۳-۲x \geq ۰ \Rightarrow x \leq \frac{۳}{۲}$

$x-\sqrt{۳-۲x} \neq ۰$

$x \neq \sqrt{۳-۲x}$

$x^۲ \neq ۳-۲x$

$x^۲+۲x-۳=۰ \quad (x-۱)(x+۳)$

$\boxed{x=۱} \quad x=-۳$

$\Rightarrow D_f = (-\infty, \frac{۳}{۲}] - \{۱, \cancel{-۳}\}$ -۲ (۱٫۷۵)

جواب ها را چک کن

$x=-۳ \quad -۳-\sqrt{۳-(-۶)} = -۶$ ✗

ب) $y = \frac{x+۲}{x-\sqrt{۳x-۲}}$ = $۳x-۲ \geq ۰ \quad x \geq \frac{۲}{۳}$

$x \neq \sqrt{۳x}-۲$

$x^۲ \neq ۳x-۲ \quad x^۲-۳x+۲ \neq ۰$

$(x-۱)(x-۲) \to x\neq۱, \; x\neq۲$

$\Rightarrow D_f = [\frac{۲}{۳}, +\infty) - \{۱, ۲\}$ ✓

$x^2 \neq 3x - 2$ $(x-1)(x-2) \to x \neq 1$, $x \neq 2$

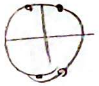
۳ -

الف) $y = \dfrac{\sin x}{2\cos x - 1}$ $2\cos x - 1 \neq 0$ $\cos x \neq \frac{1}{2}$  $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$, $D_f = \mathbb{R} - \{\frac{\pi}{3} + 2k\pi, 2k\pi - \frac{\pi}{3}\}$ ✓

(۲)

ب) $y = \dfrac{\cos x + 1}{2\sin x + 1}$ $\sin x \neq -\frac{1}{2}$  $D_f = \mathbb{R} - \{2k\pi + \frac{7\pi}{6}, 2k\pi + \frac{11\pi}{6}\}$ ✓

ج) $y = \dfrac{\tan x + 2}{\cot x - 1}$ $\cot x \neq 1$
↳ $\cos x \neq \sin x$ $D_f = \mathbb{R} - \{k\pi + \frac{\pi}{4}\}$ ✓
$D_f = \mathbb{R} - \{k\pi, k\pi + \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{4}\}$

د) $y = \dfrac{\sin x + 1}{4\sin^2 x - 3}$ $4\sin^2 x - 3 \neq 0$
$\sin^2 x \neq \frac{3}{4}$ $\sin x \neq \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$  $D_f = \mathbb{R} - \{\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, -\frac{\pi}{3} + 2k\pi, -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi\}$ ✓

۴

(۲)

الف) $x^2 - 5x + 6 \geq 0$ $(x-2)(x-3) \geq 0$ $\underset{+2}{\downarrow}$ $\underset{+3}{\downarrow}$ $\begin{array}{c|c|c} & +2 & +3 \\ + & - & + \end{array}$ $D_f = (-\infty, +2] \cup [+3, +\infty)$ ✓

ب) $x^2 - 6x + 5 \leq 0$ $(x-1)(x-5) \leq 0$ $\underset{+1}{\downarrow}$ $\underset{+5}{\downarrow}$ $\begin{array}{c|c|c} & 1 & 5 \\ + & - & + \end{array}$ $D_f = [1, 5]$ ✓

ج) $x^2 + 6x + 5 \geq 0$ $(x+1)(x+5) \geq 0$ $\underset{-1}{\downarrow}$ $\underset{-5}{\downarrow}$ $\begin{array}{c|c|c} & -5 & -1 \\ + & - & + \end{array}$ $D_f = (-\infty, -5] , [-1, +\infty)$ ✓

د) $x^2 - 7x + 6 \leq 0$ $(x-1)(x-6) \leq 0$ $\underset{+1}{\downarrow}$ $\underset{+6}{\downarrow}$ $\begin{array}{c|c|c} & 1 & 6 \\ + & - & + \end{array}$ $D_f\ [1, 6]$ ✓

۵

(۲)

الف) $\dfrac{x^2 - 3x + 2}{\underset{\underset{+5}{\downarrow}}{x - 5}} < 0 \to (x-1)(x-2)$ $\underset{+1}{\downarrow}$ $\underset{+2}{\downarrow}$ $\begin{array}{ccccccc} & 1 & & 2 & & 5 & \\ - & \phi & + & \phi & - & \underset{ن}{\phi} & + \end{array}$ $D_f = (-\infty, 1] , [2, 5)$ ✓

ب) $\dfrac{x^2 - 1}{x^2 - 6x + 5} \geq 0$ $\to x^2 = 1$, $x = \pm 1$
↳ $(x-1)(x-5)$ $\underset{+1}{\downarrow}$ $\underset{+5}{\downarrow}$
$\Rightarrow \begin{array}{ccccccc} & -1 & & 1^* & & 5 & \\ + & \phi & - & \underset{ن}{\phi} & - & \underset{ن}{\phi} & + \end{array}$ $D_f = (-\infty, -1] , (5, +\infty)$ ✓

۶- پس از رسیدن به ریشه‌ی مضاعف علامت تغییر نکند

۱٫۲۵

الف) $y=\sqrt{\frac{x^{۲}-۴x+۳}{x^{۳}-۱}}$ = $x^{۳}\neq ۱$ ، $x\neq ۱$

$\left\{\frac{\overset{+۱}{(x-۱)}\overset{+۳}{(x-۳)}}{\underset{+۱}{x^{۳}-۱}}\geq ۰\right.$

مضاعف *

$\begin{array}{ccccc} & +۱^{*} & & +۳ & \\ \hline - & \emptyset & - & \emptyset & + \end{array}$

$D_f = \cancel{(-\infty, +۱)} \cup [+۳, +\infty)$

ب) $y=\sqrt[۳]{\frac{x^{۲}-۴x+۳}{x^{۲}-۱}}$ ، $x^{۲}\neq ۱$ ، $x\neq \pm ۱$

$D_f = \mathbb{R} - \{۱, \cancel{۲}\overset{-۱}{}\}$

ارقام دقت کن!

۷- ۲

الف) $y=\log(x^{۲}-۳x)$ ، $x^{۲}-۳x>۰$

$\underset{۰}{x}\,\underset{+۳}{(x-۳)}>۰$

$\begin{array}{ccccc} & ۰ & & +۳ & \\ \hline + & \emptyset & - & \emptyset & + \end{array}$ ⇒ $D_f\ (-\infty, ۰) \cup (+۳, +\infty)$ ✓

ب) $y=\log_{|x|-۲} ۱۶-x^{۲}$ ، $۱۶-x^{۲}>۰$

$۱۶>x^{۲} \rightarrow -۴<x<۴$ ، $\underset{-۴}{}$ $\underset{+۴}{}$

$|x|-۲>۰$ ، $|x|>۲ \Rightarrow x>۲$ ، $x<-۲$

$|x|\neq ۳$ ، $x\neq \pm ۳$

$D_f = (-۴, -۲) \cup (+۲, +۴) - \{\pm ۳\}$ ✓

ج) $y=\log_{۱۰-x} \frac{x^{۲}-۷x+۱۲}{x-۳} \rightarrow (x-۳)(x-۴)$ ، $x-۳ \rightarrow +۳$

$۱۰-x \rightarrow ۱۰>x$ ، $x\neq ۹$ ، $x\neq ۳$

$\begin{array}{ccccc} & ۳^{*} & & ۴ & \\ \hline - & \emptyset & - & \emptyset & + \end{array}$

$[۴, +\infty)$

$\frac{(x-۳)(x-۴)}{x-۳}>۰$ ، $D_f = (۴, ۱۰) - \{۹\}$ ✓

د) $y=\sqrt{x^{۲}-۱۱x+۲۸}+\log_{x} \sqrt{۳۶-x^{۲}}$ ، $\underset{+۴}{(x-۴)}\underset{+۷}{(x-۷)}\geq ۰$

$\begin{array}{ccccc} & ۴ & & ۷ & \\ \hline + & | & - & | & + \end{array}$ $D_f = [$

$\sqrt{۳۶-x^{۲}}>۰ \Rightarrow ۳۶-x^{۲}>۰$ ، $۳۶>x^{۲}$

$-۶<x<۶$

$۳۶-x^{۲}\geq ۰ \Rightarrow -۶\leq x\leq ۶$

۳۶ $x>۰$

$x\neq ۱$ $D_f = (۰, ۴] - \{۱\}$ ✓

$x(x-۱)$ ، ۰ ، $+۱$

$\begin{array}{ccc} -۱ & ۰ & +۱ \end{array}$

۸

ب) $y = \log_{|x|-۲}$ … $x \neq \pm ۳$ $D_f = ($

$۱۶ > x^۲ \rightarrow -۴ < x < ۴$ $|x| > ۲ \Rightarrow x > ۲ , x < -۲$

ج) $y = \log_{۱۰-x} \frac{x^۲-۷x+۱۲}{x-۳} \rightarrow (x-۳)(x-۴)$ $\underset{(۳)}{\uparrow}$ $\underset{(+۴)}{\uparrow}$ $x-۳ \hookrightarrow (+۳)$

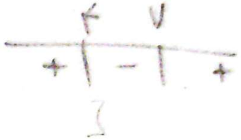
$\frac{۳ \quad ۴}{- ۳ \; \phi - \phi +}$ $[۴,+\infty)$

$\frac{(x-۳)(x-۴)}{x-۳} > 0$ $D_f = (۴,۱۰) - \{۹\}$

$۱۰ - x \rightarrow ۱۰ > x$

$x \neq ۹$ $x \neq ۳$

د) $y = \sqrt{x^۲-۱۱x+۲۸} + \log_x \sqrt{۳۶-x^۲}$ $(x-۴)(x-۷) \geq 0$ $\underset{(+۴)}{\downarrow}$ $\underset{(+۷)}{\downarrow}$



$D_f = [$

$\sqrt{۳۶-x^۲} > 0 \Rightarrow ۳۶-x^۲ > 0$ $۳۶ > x^۲$

$-۶ < x < ۶$ $D_f = (0,۴] - \{۱\}$

$۳۶-x^۲ \geq 0 \Rightarrow -۶ \leq x \leq ۶$ $x \neq ۱$

۳۶ $x > 0$

$y = \frac{x^۲-x}{x^۲+x}$ $x(x-۱) \rightarrow (0) \rightarrow (+۱)$

$x(x+۱)$ $\hookrightarrow (0)$ $\hookrightarrow (-۱)$

		-۱		0		$+۱$	
$x^۲-x=0$ $x(x-۱)$	+		+	0	−	0	+
$x^۲+x=0$ $x(x+۱)$	+		−		+		+
$f(x)$	+		−	0	−	0	+

②

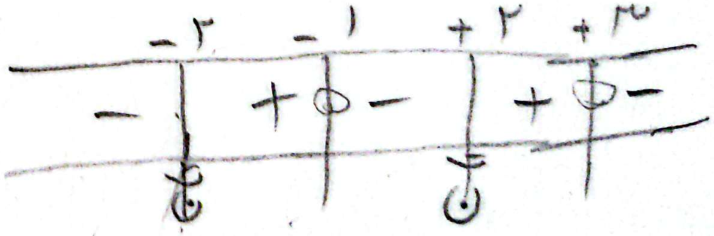
$\sqrt{\frac{x-f(x)}{f(x)}} \Rightarrow \frac{x-f(x)}{f(x)} \geq 0 \rightarrow$

$x = f(x)$ نقاط برخورد نمودار ها ک (تلاقی) $\rightarrow (-۱,۳)$

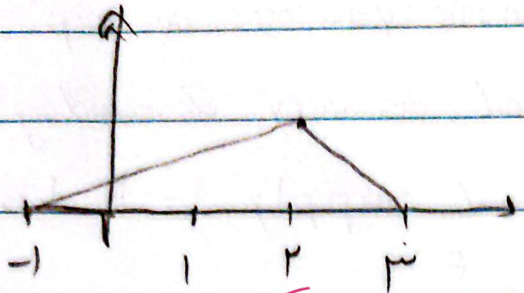
$\Rightarrow D_f = (-۲,-۱] \cup (+۲,۳)$ ✓ ②

$f(x) \neq 0$

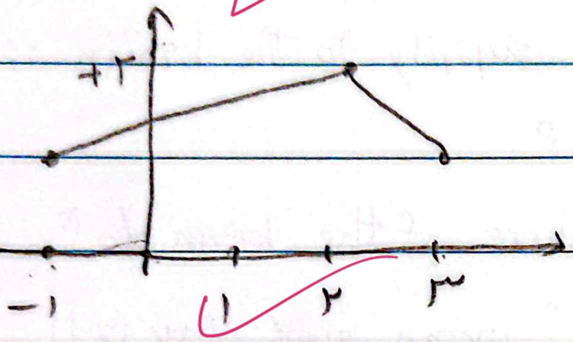
$x \neq \pm ۲$



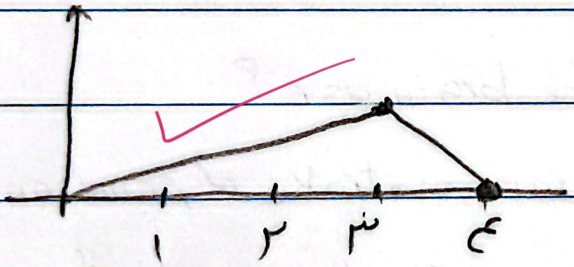
۲



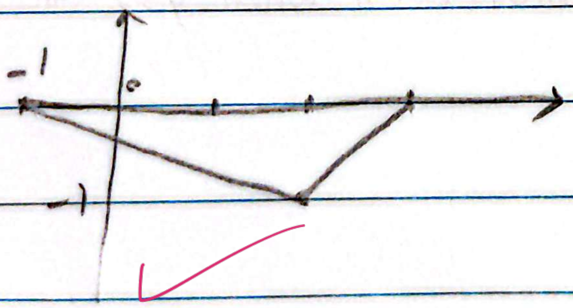
الف



ب



ج



د