آزمون پودمانی ۱

۱- الف) $\dfrac{x+4}{4x^3-20x^2+31x-15}=$

به ازای $x=1$ بخش‌پذیر است، $x-1$

$$\begin{array}{r|l} 4x^3-20x^2+31x-15 & x-1 \\ \hline -4x^3+4x^2 & 4x^2-16x+15 \\ \hline -16x^2+31x-15 & \\ +16x^2-16x & \\ \hline 15x-15 & \\ -15x+15 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

یکی از روش‌ها، روش ①

$4x^2-16x+15 \rightarrow (2x-5)(2x-3)$ ریشه‌ها $\frac{5}{2}$ و $\frac{3}{2}$

$\rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{1, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}\}$

ب) $\dfrac{x+3}{3x^3-x^2-8x-4}$

به ازای $x+1$ بخش‌پذیر است

$$\begin{array}{r|l} 3x^3-x^2-8x-4 & x+1 \\ \hline -3x^3-3x^2 & 3x^2-4x-4 \\ \hline -4x^2-8x-4 & \\ +4x^2+4x & \\ \hline -4x-4 & \\ +4x+4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

ریشه‌ها (روش) $\dfrac{(x-6)(x-2)}{3} \rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{-1, -2, -\frac{2}{3}\}$

۲- الف) $y=\dfrac{x+1}{x-\sqrt{3-2x}}=$

$\rightarrow 3-2x \geq 0 \rightarrow x \leq \frac{3}{2}$

$\rightarrow x-\sqrt{3-2x} \neq 0 \rightarrow x \neq \sqrt{3-2x} \rightarrow x^2 \neq 3-2x$

$\rightarrow \underbrace{x^2-3+2x}\neq 0 \qquad \rightarrow (-\infty, \frac{3}{2}]-\{1, -3\}=D_f$

$(x-1)(x+3)\neq 0 \rightarrow 1, -3$

ب) $y=\dfrac{x+2}{x-\sqrt{3x-2}}$

$\rightarrow 3x-2 \geq 0 \rightarrow x \geq \frac{2}{3}$

$\rightarrow x-\sqrt{3x-2} \neq 0 \rightarrow x \neq \sqrt{3x-2} \rightarrow x^2 \neq 3x-2$

$\rightarrow \underbrace{x^2-3x+2}\neq 0 \qquad \rightarrow D_f=[\frac{2}{3}, +\infty)-\{1\}, \{2\}$

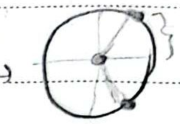
$(x-1)(x-2)\neq 0 \rightarrow 1, 2$

PAPCO

۳-

الف) $y=\frac{\sin x}{2\cos x-1} \to 2\cos x-1\neq 0 \to \cos x\neq \frac{1}{2}$ $\to 60^\circ$, 300°

$\to D_f=\mathbb{R}-\{2k\pi+\frac{\pi}{3}, 2k\pi-\frac{\pi}{3}$

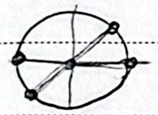


ب) $\frac{\cos x+1}{2\sin x+1} \to 2\sin x+1\neq 0 \to \sin x\neq -\frac{1}{2}$ $\to 210^\circ$, 330°

$\to D_f=\mathbb{R}-\{2k\pi+\pi+\frac{\pi}{6}, 2k\pi-\frac{\pi}{6}$ $\to$

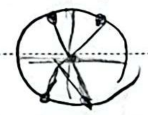
ج) $y=\frac{\tan x+2}{\cot x-1} \to \cot x\neq 1$ $\to D_f=\mathbb{R}-\{k\pi, k\pi+\frac{\pi}{4}\}$

$\hookrightarrow \frac{\cos}{\sin} \to \sin x\neq 0$



د) $\frac{\sin x+9}{4\sin^2 x-3} \to 4\sin^2 x-3\neq 0 \to 4\sin^2 x\neq 3 \to \sin^2 x\neq \frac{3}{4}$

$\to \sin x\neq \pm\frac{\sqrt{3}}{2} \to D_f=\boxed{\mathbb{R}-\{k\pi+\frac{\pi}{3}, k\pi-\frac{\pi}{3}\}} \to$



۴-

الف) $x^2-5x+6>0 \to (x-2)(x-3)>0$

$2 \quad 3$: $+ \quad - \quad +$ $\to D_f=(-\infty,2)\cup(3,+\infty)$

ب) $x^2-6x+5<0 \to (x-1)(x-5)<0$

$1 \quad 5$: $+ \quad - \quad +$ $\to D_f=(1,5)$

ج) $x^2+6x+5\geq 0 \to (x+5)(x+1)\geq 0$

$-5 \quad -1$: $+ \quad - \quad +$ $\to D_f=(-\infty,-5]\cup[-1,+\infty)$

CamScanner

د) $x^2 - 7x + 6 \leq 0 \rightarrow (x-6)(x-1) \leq 0$

$\rightarrow \begin{array}{ccccc} & 1 & & 6 & \\ + & & - & & + \end{array} \rightarrow D_f = [1, 6]$

-۵

الف) $\dfrac{x^2 - 3x + 2}{x-5} < 0$ ریشه $1 \rightarrow (x-1)$ ، $\dfrac{c}{a} = 2 \rightarrow (x-2)$

$\rightarrow \dfrac{(x-1)(x+2)}{(x-5)} \rightarrow \begin{array}{ccccccc} & 1 & & 2 & & 5 & \\ - & & + & & - & & + \end{array} \rightarrow D_f = (-\infty, 1) \cup (2, 5)$

ب) $\dfrac{\overset{(x-1)(x+1)}{x^2 - 1}}{x^2 - 6x + 5} \geq 0$ ریشه $1 \rightarrow (x-1)$ ، $\dfrac{c}{a} = 5 \rightarrow (x-5)$

$\rightarrow \dfrac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-5)} \rightarrow \begin{array}{ccccccc} & -1 & & 1 & & 5 & \\ + & & - & & - & & + \end{array} \rightarrow (-\infty, -1] \cup (5, +\infty)$

-۶

الف) $y = \sqrt{\dfrac{x^2 - 4x + 3}{x^3 - 1}} \rightarrow \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x^3 - 1} \geq 0$

$\rightarrow \dfrac{(x-1)(x-3)}{x^3 - 1} \geq 0 \rightarrow \begin{array}{ccccc} & 1 & & 3 & \\ - & & - & & + \end{array} \rightarrow [3, +\infty) = D_f$

$x^2 - 1$ [illegible]

ب) $\sqrt[3]{\dfrac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}} \rightarrow x^2 - 1 \neq 0 \rightarrow (x-1)(x+1) \neq 0$

$\rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{1, -1\}$

PAPCO

CS CamScanner

۷ـ

الف) $y = \log(x^۲ - ۳x)$

$\rightarrow x^۲ - ۳x > ۰ \rightarrow x(x-۳) > ۰ \rightarrow$ (۰, ۳: $+ \quad - \quad +$) $\rightarrow D_f = (-\infty, ۰) \cup (۳, +\infty)$

ب) $\log_{|x|-۲}^{۱۶-x^۲} \rightarrow ۱۶ - x^۲ > ۰ \rightarrow ۱۶ > x^۲ \rightarrow -۴ < x < ۴$

$\hookrightarrow |x| - ۲ > ۰ \rightarrow |x| > ۲ \rightarrow x > ۲$, $x < -۲$

$\hookrightarrow |x| - ۲ \neq ۱ \rightarrow |x| \neq ۳ \rightarrow x \neq \pm ۳$

$\longrightarrow D_f = (-۴, -۳) \cup (-۳, -۲) \cup (۲, ۳) \cup (۳, ۴)$

ج) $y = \log_{۱۰-x} \frac{x^۲ - ۷x + ۱۲}{x - ۳} \longrightarrow \frac{(x-۴)(x-۳)}{(x-۳)} > ۰ \longrightarrow$ (۳, ۴: $- \quad - \quad +$) $\rightarrow (۴, +\infty)$

$\rightarrow ۱۰ - x > ۰ \rightarrow x < ۱۰$

$\hookrightarrow ۱۰ - x \neq ۱ \rightarrow x \neq ۹$

$\longrightarrow D_f = (۴, ۱۰) - \{۹\}$

د) $y = \sqrt{x^۲ - ۱۱x + ۲۸} + \log_x \sqrt{۳۶ - x^۲} \longrightarrow x^۲ < ۳۶ \rightarrow -۶ < x < ۶$

$\hookrightarrow x > ۰$, $x \neq ۱$

$\hookrightarrow (x-۴)(x-۷) \geq ۰$

$\hookrightarrow$ (۴, ۷: $+ \quad - \quad +$) $\rightarrow (-\infty, ۴] \cup [۷, +\infty)$

$\longrightarrow D_f = (۰, ۴] \cup [۷, +\infty] - \{۱\}$

۸ـ

$y = \frac{x^۲ - x}{x^۲ + x} \rightarrow \frac{x(x-۱)}{x(x+۱)} \xrightarrow[\text{سریع}]{\text{روش}}$ (−۱, ۰, ۱: $+ \quad \text{تعریف‌نشده} \quad - \quad \text{تعریف‌نشده} \quad - \quad ۰ \quad +$)

$\hookrightarrow$ آرام‌تر

		−۱		۰		۱	
$x(x^۲ - x$	+		+	۰	−	۰	+
$x^۲ + x$	+	۰	−	۰	+		+
$y \leftarrow$ تعیین	+	۰	−	۰	−		+

۹-

$y=\sqrt{\frac{x-f(x)}{f(x)}} \to \frac{x-f(x)}{f(x)} \geq 0 \to x=f(x)$

$\hookrightarrow x=3,-1$

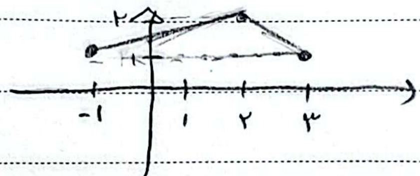
$fx \neq 0 \to x=-2,2$

	-2		-1		2		3	
$+$	$\varnothing$	$-$	$\circ$	$+$	$\varnothing$	$-$	$\circ$	$+$

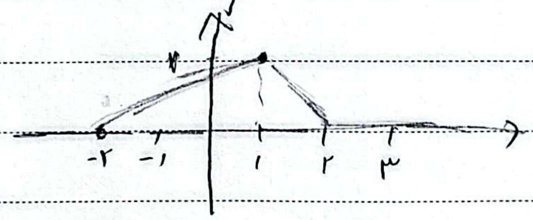
$\to D_f=(-\infty,-2)\cup[-1,2)\cup[3,+\infty)$

۱۰-

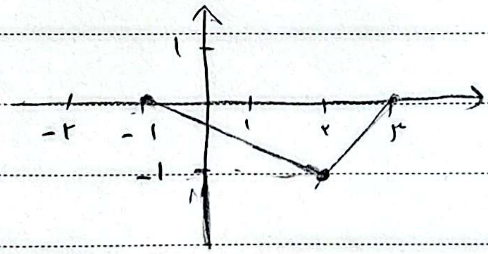
الف) $f(x)+1$ $\to$



ب) $f(x-1)$



ج) $-f(x)$



د) $f(x+1)+2$