آزمون پودمان ۱

۱۸٫۲۵

۱-

۲

الف) $\frac{x+۴}{۴x^۳-۲۰x^۲+۳۱x-۱۵}=$

بر $x-۱$ بخش‌پذیر است → یکی از ریشه‌ها ۱ است

$$\begin{array}{l|l} ۴x^۳-۲۰x^۲+۳۱x-۱۵ & (x-۱) \\ -۴x^۳+۴x^۲ & ۴x^۲-۱۶x+۱۵ \\ \hline ۰-۱۶x^۲+۳۱x-۱۵ & \\ +۱۶x^۲-۱۶x & \\ \hline ۰+۱۵x-۱۵ & \\ -۱۵x+۱۵ & \\ \hline ۰ \quad ۰ & \end{array}$$

$-۸x$

$\to (۲x-۵)(۲x-۳)$

ریشه → $\frac{۵}{۲}$ ریشه‌ها → $\frac{۳}{۲}$

$\to D_f=\mathbb{R}-\{۱, \frac{۳}{۲}, \frac{۵}{۲}\}$ ✓

ب) $\frac{x+۳}{۳x^۳-x^۲-۸x-۴}$

بر $x+۱$ بخش‌پذیر است

$$\begin{array}{l|l} ۳x^۳-x^۲-۸x-۴ & x+۱ \\ -۳x^۳-۳x^۲ & ۳x^۲-۴x-۴ \\ \hline ۰-۴x^۲-۸x-۴ & \\ +۴x^۲+۴x & \\ \hline ۰-۴x-۴ & \\ +۴x+۴ & \\ \hline ۰ \quad ۰ & \end{array}$$

روش ضربی → $\frac{(x-۶)(x-۲)}{۳} \to D_f=\mathbb{R}-\{-۱, -۲, -\frac{۲}{۳}\}$ ✓

۲-

۱٫۷۵

الف) $y=\frac{x+۱}{x-\sqrt{۳-۲x}}=$ $x<-۳$ $-۳-\sqrt{۳-(-۶)}=-۶$ ✗

$\to ۳-۲x\geq ۰ \to x\leq\frac{۳}{۲}$

$\to x-\sqrt{۳-۲x}\neq ۰ \to x\neq\sqrt{۳-۲x} \to x^۲\neq ۳-۲x$

$\to \underbrace{x^۲-۳+۲x}\neq ۰ \to (-\infty, \frac{۳}{۲}]-\{۱, \boxed{-۳}\}=D_f$

$(x-۱)(x+۳)\neq ۰ \to ۱, -۳$

جواب‌ها را چک کن

غلط

ب) $y=\frac{x+۲}{x-\underbrace{\sqrt{۳x-۲}}}$

$\to ۳x-۲\geq ۰ \to x\geq\frac{۲}{۳}$

$\to x-\sqrt{۳x-۲}\neq ۰ \to x\neq\sqrt{۳x-۲} \to x^۲\neq ۳x-۲$

$\to \underbrace{x^۲-۳x+۲}\neq ۰ \to D_f=[\frac{۲}{۳}, +\infty)-\{۱\}, \{۲\}$ ✓

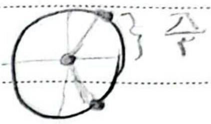
$(x-۱)(x-۲)\neq ۰ \to ۱, ۲$

۳-

۱٫۷۵

الف) $y=\frac{\sin x}{۲\cos x-۱} \rightarrow ۲\cos x-۱\neq ۰ \rightarrow \cos x\neq \frac{۱}{۲}$ ۶۰° ۳۰۰°

$\rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{۲k\pi+\frac{\pi}{۳}, ۲k\pi-\frac{\pi}{۳}$

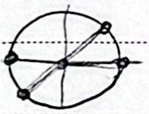


ب) $\frac{\cos x+۱}{۲\sin x+۱} \rightarrow ۲\sin x+۱\neq ۰ \rightarrow \sin x\neq -\frac{۱}{۲}$ ۲۱۰° ۳۳۰°

$\rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{۲k\pi+\pi+\frac{\pi}{۶}, ۲k\pi-\frac{\pi}{۶} \rightarrow$

ج) $y=\frac{\tan x+۲}{\cot x-۱} \rightarrow \cot x\neq ۱ \rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{\frac{k\pi}{۲}, k\pi+\frac{\pi}{۴}\}$

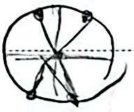
$\hookrightarrow \frac{\cos}{\sin} \rightarrow \sin x\neq ۰$



$\cos x\neq ۰$

د) $\frac{\sin x+8}{۴\sin^۲ x-۳} \rightarrow ۴\sin^۲ x-۳\neq ۰ \rightarrow ۴\sin^۲ x\neq ۳ \rightarrow \sin^۲ x\neq \frac{۳}{۴}$

$\rightarrow \sin x\neq \pm\frac{\sqrt{۳}}{۲} \rightarrow D_f=\boxed{\mathbb{R}-\{k\pi+\frac{\pi}{۳}, k\pi-\frac{\pi}{۳}\}} \rightarrow$



۴-

۲

الف) $x^۲-۵x+۶>۰ \rightarrow (x-۲)(x-۳)>۰$

$۲ \quad ۳$

$+ \quad - \quad + \rightarrow D_f=(-\infty,۲)\cup(۳,+\infty)$

ب) $x^۲-۶x+۵<۰ \rightarrow (x-۱)(x-۵)<۰$

$۱ \quad ۵$

$+ \quad - \quad + \rightarrow D_f=(۱,۵)$

ج) $x^۲+۶x+۵\geq ۰ \rightarrow (x+۵)(x+۱)\geq ۰$

$-۵ \quad -۱$

$\rightarrow + \quad - \quad + \rightarrow D_f=(-\infty,-۵]\cup[-۱,+\infty)$

د) $x^۲-۷x+۶ \leq ۰ \to (x-۶)(x-۱) \leq ۰$

$\to$ ۱ ۶ : $+$ | $-$ | $+$ $\to D_f = [۱,۶]$

۵-

الف) $\frac{x^۲-۳x+۲}{x-۵} \leq ۰$ ریشه ۱ $\to (x-۱)$ ، $\frac{c}{a} = ۲ \to (x-۲)$

②

$\to \frac{(x-۱)(x+۲)}{(x-۵)} \to$ ۱ ۲ ۵ : $-$ | $+$ | $-$ | $+$ $\to D_f = (-\infty,۱) \cup (۲,۵)$

ب) $\frac{\overset{(x-۱)(x+۱)}{x^۲-۱}}{x^۲-۶x+۵} \geq ۰$ ریشه ۱ $\to (x-۱)$ ، $\frac{c}{a} = ۵ \to (x-۵)$

$\to \frac{(x-۱)(x+۱)}{(x-۱)(x-۵)} \to$ -۱ ۱ ۵ : $+$ | $-$ | $-$ | $+$ $\to (-\infty,-۱] \cup (۵,+\infty)$

۶-

الف) $y = \sqrt[۲]{\frac{x^۲-۴x+۳}{x^۳-۱}} \to \frac{x^۲-۴x+۳}{x^۳-۱} \geq ۰$

②

$\to \frac{(x-۱)(x-۳)}{\underbrace{x^۳-۱}_{\text{۱ [illegible]}}} \geq ۰ \to$ ۱ ۳ : $-$ | $-$ | $+$ $\to [۳,+\infty) = D_f$

ب) $\sqrt[۳]{\frac{x^۲-۴x+۳}{x^۲-۱}} \to x^۲-۱ \neq ۰ \to (x-۱)(x+۱) \neq ۰$

$\to D_f = \mathbb{R} - \{۱,-۱\}$

۷-

۱٫۷۵

الف) $y = \log(x^۲ - ۳x)$

$\rightarrow x^۲ - ۳x > ۰ \rightarrow x(x-۳) > ۰ \rightarrow \begin{array}{ccccc} & ۰ & & ۳ & \\ + & \phi & - & \phi & + \end{array} \rightarrow D_f = (-\infty, ۰) \cup (۳, +\infty)$

ب) $\log_{|x|-۲}^{۱۶-x^۲} \rightarrow ۱۶ - x^۲ > ۰ \rightarrow ۱۶ > x^۲ \rightarrow -۴ < x < ۴$

$\hookrightarrow |x| - ۲ > ۰ \rightarrow |x| > ۲ \rightarrow x > ۲$

$x < -۲$

$\hookrightarrow |x| - ۲ \neq ۱ \rightarrow |x| \neq ۳ \rightarrow x \neq \pm ۳$

$\longrightarrow D_f = (-۴, -۳) \cup (-۳, -۲) \cup (۲, ۳) \cup (۳, ۴)$

ج) $y = \log_{۱۰-x} \frac{x^۲ - ۷x + ۱۲}{x - ۳} \longrightarrow \frac{(x-۴)(x-۳)}{(x-۳)} > ۰ \longrightarrow \begin{array}{ccccc} & ۳ & & ۴ & \\ - & \cancel{\phi} & - & \phi & + \end{array} \rightarrow (۴, +\infty)$

$\longrightarrow ۱۰ - x > ۰ \rightarrow x < ۱۰$

$\hookrightarrow ۱۰ - x \neq ۱ \rightarrow x \neq ۹$

$\longrightarrow D_f = (۴, ۱۰) - \{۹\}$

د) $y = \sqrt{x^۲ - ۱۱x + ۲۸} + \log_x \sqrt{۳۶ - x^۲} \longrightarrow x^۲ < ۳۶ \rightarrow -۶ < x < ۶$

$\hookrightarrow x > ۰$

$\hookrightarrow x \neq ۱$

$\hookrightarrow (x-۴)(x-۷) \geq ۰$

$\hookrightarrow \begin{array}{ccccc} & ۴ & & ۷ & \\ + & \phi & - & \phi & + \end{array} \rightarrow (-\infty, ۴] \cup [۷, +\infty)$

اشتراک بگیرید!

$\longrightarrow -۶ < x < ۶$

$\longrightarrow D_f = (۰, ۴] \cup \cancel{[۷, +\infty)} - \{۱\}$

$D_f = (۰, ۴] - \{۱\}$

۸-

$y = \frac{x^۲ - x}{x^۲ + x} \rightarrow \frac{x(x-۱)}{x(x+۱)} \xrightarrow[\text{سریع}]{\text{روش}} \begin{array}{ccccccc} & -۱ & & \cancel{۰} & & ۱ & \\ + & \phi & - & \phi & - & \phi & + \end{array}$

۰

۲

[illegible]

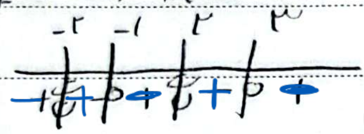
		-۱		۰		۱	
$x^۲ - x$	+		+	ϕ	−	ϕ	+
$x^۲ + x$	+	ϕ	−	ϕ	+		+
$y \leftarrow$ تعیین	+	ϕ	−	ϕ	−		+

۹
①

$$y = \sqrt{\frac{x - f(x)}{f(x)}} \rightarrow \frac{x - f(x)}{f(x)} \geq 0 \rightarrow x = f(x)$$

$\hookrightarrow x = ۳, -۱$

$f x \neq 0 \rightarrow x = -۲, ۲$

$\rightarrow$ 

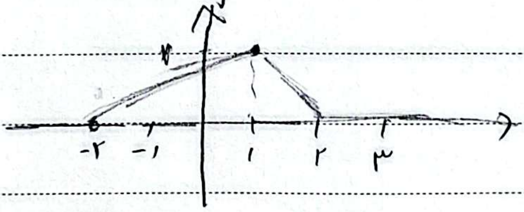
$\rightarrow D_f = (-\infty, -۲) \cup [-۱, ۲) \cup [۳, +\infty)$

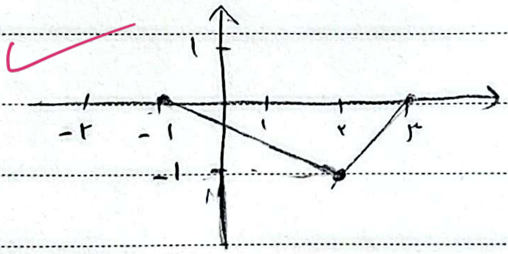
$D_f = (-۲, -۱] \cup (۲, ۴]$

از ۳ به بعد x بیشتر از fx است !

۱۰
-۴
②

الف) $f(x) + ۱$ $\rightarrow$ 

ب) $f(x-۱)$ 

ج) $-f(x)$ 

د) $f(x+۱) + ۲$