دهم دختر B — الیا داوری

(1

الف) $\dfrac{x+4}{4x^3-20x^2+31x-15} = \qquad 4x^3-20x^2+31x-15 \neq 0$

$\pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 15, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{5}{2}, \pm \frac{15}{2},$

$\pm \frac{1}{4}, \pm \frac{3}{4}, \pm \frac{5}{4}, \pm \frac{15}{4}$

$4x^3-20x^2+31x-15 = (x-1)(Ax^2+bx+c)$

$4x^3-20x^2+31x-15 \div (x-1)$

$4x^2-16x+15 = (2x-3)(2x-5)$

$4x^3-20x^2+31x-15 = (x-1)(2x-3)(2x-5)$

$x \neq 1 \quad x \neq \frac{3}{2} \quad x \neq \frac{5}{2} \quad R-\left\{1, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right\}$

ب) $\dfrac{x+3}{3x^3-x^2-8x-4} = \qquad x=2 \rightarrow 24-4-16-4=0$

$3x^3-x^2-8x-4 = (x-2)(3x^2+5x+2)$

$3x^2+5x+2 = (x+1)(3x+2)$

$3x^3-x^2-8x-4 = (x-2)(x+1)(3x+2)$

$x=2 \quad x=-1 \quad x=-\frac{2}{3}$

$R-\left\{2, -1, -\frac{2}{3}\right\}$

۲) الف) $\frac{x+1}{x-\sqrt{3-2x}} = \quad 3-2x \geq 0 \to x \leq \frac{3}{2}$

$x-\sqrt{3-2x} \neq 0 \to x=\sqrt{3-2x}$

$x^2 = 3-2x \to x^2+2x-3=0$

$x \neq 1 , x \leq \frac{3}{2} \to D_f=\{x \in R \mid x \leq \frac{3}{2} , x \neq 1\}$

$(-\infty , 1) \cup (1 , \frac{3}{2})$

ب) $\frac{x+2}{x-\sqrt{3x-2}} = \quad 3x-2 \geq 0 \to x \geq \frac{2}{3}$

$x-\sqrt{3x-2} \neq 0 \to x=\sqrt{3x-2}$

$x^2=3x-2 \to x^2-3x+2=0 \to (x-1)(x-2)=0$

$x \geq \frac{2}{3}$ و $x \neq 1 , x \neq 2 \quad D_f=[\frac{2}{3},1) \cup (1,2) \cup (2,+\infty)$

۳) الف) $\frac{\sin x}{2\cos x-1} = \quad 2\cos x-1 \neq 0$

$\cos x \neq \frac{1}{2}$

$\cos x = \frac{1}{2} \to x=\frac{\pi}{3} , \frac{5\pi}{3} \quad x=2k\pi \pm \frac{\pi}{3} , k \in Z$

$R-\{2k\pi \pm \frac{\pi}{3} , k \in Z\} \quad D_f=\{x \in R \mid \cos x \neq \frac{1}{2}\}$

ب) $\dfrac{\cos x + 1}{2\cos x + 1} \rightarrow 2\sin x + 1 \neq 0$

$\sin x \neq \dfrac{-1}{2}$

$x = \dfrac{7\pi}{6}$, $x = \dfrac{11\pi}{6}$ $\quad x = \dfrac{7\pi}{6} + 2k\pi \quad x = \dfrac{11\pi}{6} + 2k\pi$

$k \in Z \quad D_f = R - \left\{ \dfrac{7\pi}{6} + 2k\pi , \dfrac{11\pi}{6} + 2k\pi \mid k \in Z \right\}$

ج) $\dfrac{\tan x + 2}{\cot x - 1} \rightarrow \cot x - 1 \neq 0 \quad \sin x = 0$

$\cot x \neq 1 \quad \cos x \neq 0$

$x \neq \dfrac{k\pi}{2}$, $k \in Z \quad \cot x = 1 \rightarrow x = \dfrac{\pi}{4}$, $k\pi$

$x = \dfrac{k\pi}{2}$, $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi \quad D_f = R - \left\{ \dfrac{k\pi}{2} \mid k \in Z \right\} \cup$

$\left\{ \dfrac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in Z \right\}$

د) $\dfrac{\sin x + 1}{4\sin^2 x - 3} = 4\sin^2 x - 3 \neq 0 \rightarrow \sin^2 x \neq \dfrac{3}{4}$

$\sin x = \pm \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$x = \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi$, $x = \dfrac{2\pi}{3} + 2k\pi$

$x = \dfrac{4\pi}{3} + 2k\pi$, $x = \dfrac{5\pi}{3} + 2k\pi$

$x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi$, $x = \dfrac{2\pi}{3} + k\pi$

$D_f = R - \left\{ \dfrac{\pi}{3} + k\pi , \dfrac{2\pi}{3} + k\pi \mid k \in Z \right\}$

۴)

الف) $x^2 - 5x + 6 > 0$

$(x-2)(x-3)$

۲ ← ۳ ←

	۲		۳	
$+$		$-$		$+$

$(-\infty, 2) \cup (3, \infty)$

ب) $x^2 - 6x + 5 < 0$

$(x-1)(x-5)$

۱ ← ۵ ←

	۱		۵	
$+$		$-$		$+$

$(1, 5)$

ج) $x^2 + 6x + 5 \geq 0 \rightarrow (x+1)(x+5)$

-1 ← -5 ←

	-5		-1	
$+$		$-$		$+$

$(-\infty, -5] \cup [-1, \infty)$

د) $x^2 - 7x + 6 \leq 0$

$(x-1)(x-6)$

۱ ← ۶ ←

	۱		۶	
$+$		$-$		$+$

$[1, 6]$

۵)

الف) $\dfrac{x^2 - 3x + 2}{x - 5} > 0 \qquad \dfrac{(x-1)(x-2)}{x-5} > 0$

۱ ← ۲ ←

۵ ← $\qquad x \neq 5$

	۱		۲		۵	
$+$		$+$		$-$		$+$

$(2, 5)$

$2 < x < 5$

ب) $\dfrac{x^2-1}{x^2-6x+5} \geq 0 \qquad \dfrac{\overset{1\,ر}{(x-1)}\overset{-1\,ر}{(x+1)}}{\underset{+1\,ر}{(x-1)}\underset{+5\,ر}{(x-5)}} \geq 0$

$$\begin{array}{c|c|c|c}
 & -1 & 1 & 5 \\
\hline
+ & - & - & +
\end{array}$$

$(-\infty,-1]\cup(5,\infty)$

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x^2-4x+3}{x^3-1}} \to \dfrac{x^2-4x+3}{x^3-1} \geq 0$ (6

$\dfrac{\overset{1\,ر}{(x-1)}\overset{3}{(x-3)}}{\underset{1\,ر}{(x-1)}\underbrace{(x^2+x+1)}_{\text{همواره مثبت}}} \geq 0$

$$\begin{array}{c|c|c}
 & 1 & 3 \\
\hline
+ & - & +
\end{array}$$

$(-\infty,1]\cup[3,\infty)$

ب) $y=\sqrt[3]{\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-1}} = \sqrt[3]{\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-1}} \geq 0$

$\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-1} \geq 0 \qquad \dfrac{\overset{1\,ر}{(x-1)}\overset{3}{(x-3)}}{\underset{1\,ر}{(x-1)}\underset{-1\,ر}{(x+1)}} \geq 0$

$$\begin{array}{c|c|c|c}
 & -1 & 1 & 3 \\
\hline
+ & + & - & +
\end{array}$$

$(-\infty,-1)\cup(-1,1)\cup$
$[3,\infty)$

الف/ ۷)

$y = \log(x^۲ - ۳x)$ $\qquad \log(x^۲ - ۳x) \geq ۰$

$x^۲ - ۳x > ۰ \qquad x(x-۳) > ۰$

$x^۲ - ۳x > ۰ \longrightarrow x < ۰ \,,\, x > ۳$

$x^۲ - ۳x \geq ۱ \longrightarrow x^۲ - ۳x > ۰$

$x^۲ - ۳x - ۱ = ۰ \qquad x = \dfrac{۳ \pm \sqrt{۹+۴}}{۲} = \dfrac{۳ \pm \sqrt{۱۳}}{۲}$

$x \in \left(-\infty \,,\, \dfrac{۳-\sqrt{۱۳}}{۲}\right] \cup \left[\dfrac{۳+\sqrt{۱۳}}{۲} \,,\, \infty\right)$

$x_۱ = \dfrac{۳-\sqrt{۱۳}}{۲} \qquad x_۲ = \dfrac{۳+\sqrt{۱۳}}{۲}$

ب) $y = \log_{|x|-۲}^{۱۶-x^۲} \longrightarrow ۱۶ - x^۲ > ۰$

$x^۲ < ۱۶ \longrightarrow -۴ < x < ۴ \qquad |x-۲| > ۰ \longrightarrow x \neq ۲$

$|x-۲| \neq ۱ \longrightarrow x - ۲ \neq ۱ \qquad x \neq ۳ \qquad x \neq ۱$

$x - ۲ \neq -۱$

$(-۴, ۱) \cup (۱, ۲) \cup (۲, ۳) \cup (۳, ۴)$

ج) $\log_{10-x} \dfrac{x^2-7x+12}{x-3} \;=\; \dfrac{x^2-7x+12}{x-3} > 0$

$x^2-7x+12=(x-3)(x-4)$

$\dfrac{(x-3)(x-4)}{x-3} > 0$ ~~[illegible]~~ کل سر = منفی

$\underbrace{x-3<0 \qquad x-4<0}_{+}$ $\qquad x-3<0$ غ‌ق

$\underline{3<x<4}$ $\qquad x-3>0 \qquad x-4<0$

$x>4$ شرط مثبت بودن کسر $\qquad$ تقسیم بر $x-3$ منفی

$10-x>0 \to x<10 \qquad 10-x\neq 1 \to x\neq 9$

$4<x<10 \to x\neq 9 \qquad (4,9)\cup(9,10)$

د) $y=\sqrt{x^2-11x+28}+\log_x \sqrt{36-x^2}$

$\underbrace{x^2-11x+28\geq 0}_{(x-4)(x-7)}$ $\qquad x\leq 4 \to +$

$4<x<7 \to -$ رد

$x\geq 7 \to +$

$x\in(-\infty,4]\cup[7,\infty) \qquad x\neq 1$

$\sqrt{36-x^2}>0 \to 36-x^2>0 \to -6<x<6$

$x\in(0,1)\cup(1,6) \qquad D_f=(0,1)\cup(1,4]$

Year. Month. Date. ( )

(8

$$y=\frac{x^2-x}{x^2+x}\to\frac{x(x-1)}{x(x+1)}$$

$x(x-1)=0 \to x=0$ و $x=1$

$x(x+1)=0 \to x=0$ و $x=-1$

روش سریع

	-1		0		1	
$+$	ت	$-$	ت	$-$	0	$+$

روش جدولی

		-1		0		1	
x^2-x	$+$		$+$	0	$-$	0	$+$
x^2+x	$+$	0	$-$	0	$+$		$+$
P	$+$	ت	$-$	ت	$-$	0	$+$

(9

$$\frac{x-f(x)}{f(x)}\geq 0 \longrightarrow$$

$x-f(x)=0$

$x=f(x)\to x=3,-1$ ، $f(x)=0\to x=2,-2$

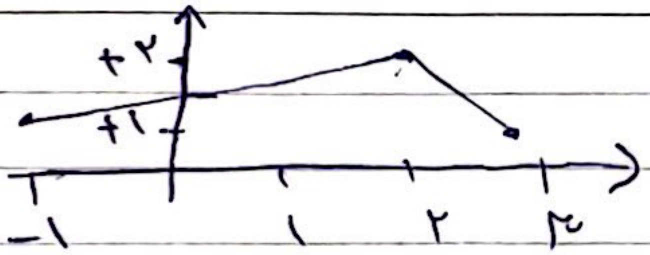
	-2		-1		2		3	
$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

$D_f=(-2,-1]\cup(2,3]$

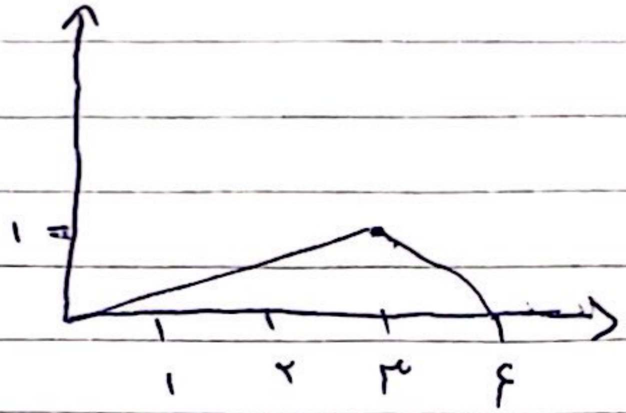
NEGAR

۱۵)

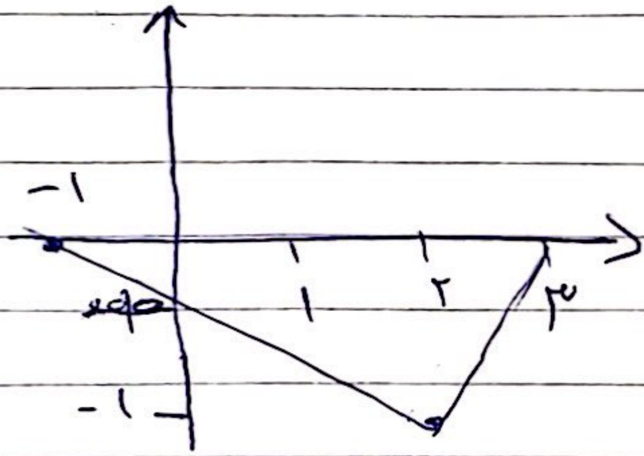
الف)



ب)



ج)



د)