

الف) با استفاده از قضیه لایبزنیت	$y_1^3 - x_1 = 2x_1^2$ $y_2^3 - x_2 = 2x_2^2$ } $\xrightarrow{if x_1 = x_2} y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow$ تابع یکتا $\checkmark$
ب) با استفاده از مثال دیکسون	$ y + x^2 = n \Rightarrow x^2 = n - y \Rightarrow y = 3 \Rightarrow y = \pm 3 \Rightarrow$ تابع نیست $\times$
ج) تابع یکتا است	$\sqrt{x-2} + y-2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x-2} = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow$ تابع یکتا است $\checkmark$
د) با استفاده از مثال دیکسون	$x=0 \Rightarrow n = \cos y \Rightarrow \cos y = 0 \Rightarrow y = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots \Rightarrow$ تابع نیست $\times$

الف)	$y = \frac{x+2}{x^2-2x} \Rightarrow x^2-2x \neq 0 \Rightarrow x(x-2) \neq 0 \Rightarrow x \neq 0, 2 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0, 2\}$
ب)	$y = \frac{x+2}{x^2-2x+4} \Rightarrow x^2-2x+4 \neq 0 \Rightarrow \Delta = b^2-4ac = 4-16 = -12 < 0 \Rightarrow$ همیشه مثبت $\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$
ج)	$y = \frac{x+2}{x^2+x+2} \Rightarrow x^2+x+2 \neq 0 \Rightarrow \Delta = 1-8 = -7 < 0 \Rightarrow$ همیشه مثبت $\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$
د)	$y = \frac{x+2}{x^2-2x^2} \Rightarrow x^2-2x^2 \neq 0 \Rightarrow x^2(1-2) \neq 0 \Rightarrow x^2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

الف)	$y = \sqrt{x-2} + \sqrt{x-2} \Rightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \Rightarrow (-\infty, 2] \\ x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \Rightarrow [2, +\infty) \end{cases} \Rightarrow D_f = [2, 2]$
ب)	$y = \frac{x+1}{x^2+1} \Rightarrow x^2+1 \neq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$
ج)	$y = \frac{\sqrt{x-2}}{x-2} \Rightarrow \begin{cases} 1) x-2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2 \\ 2) x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \end{cases} \Rightarrow D_f = [2, 2) \cup (2, +\infty)$
د)	$y = \frac{x+2}{ x +x^2} \Rightarrow x +x^2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

الف)	$y = x + 2$
ب)	$y = 2 x $
ج)	$y = x+2 + 3$

الف)	$f(x) + 2$
ب)	$f(x)$
ج)	$f(x-1)$
د)	$-f(x)$

الف) با استفاده از تقریب رافعی

$$\left. \begin{aligned} y_1^3 - x_1 &= 2x_1^2 \\ y_2^3 - x_2 &= 2x_2^2 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{if } x_1 = x_2} y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow \checkmark$$

ب) با استفاده از شکل ذهن

ج) تابع مست $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ $\sqrt{x-2} = 0 \Rightarrow x = 2$ $\Rightarrow$ $|y-2| = 0 \Rightarrow y = 2$ $\Rightarrow$ $\left[\frac{2}{2} \right]$

د) با استفاده از شکل ذهن

$x=0 \Rightarrow x = \cos y \Rightarrow \cos y = 0 \Rightarrow y = 90, 180, \dots \Rightarrow$ تابع نیست

الف) $y = \frac{x+\varepsilon}{x^2-\varepsilon x} \Rightarrow x^2-\varepsilon x \neq 0 \Rightarrow x(x-\varepsilon) \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0, \varepsilon\}$

ب) $y = \frac{x+\varepsilon}{x^2-7x+14} \Rightarrow x^2-7x+14 \neq 0 \Rightarrow \Delta = b^2-4ac = 49-98 = -49 < 0 \Rightarrow$ ریشه ندارد $\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

ج) $y = \frac{x+\varepsilon}{x^2+x+\varepsilon} \Rightarrow x^2+x+\varepsilon \neq 0 \Rightarrow \Delta = 1-4\varepsilon = -15 \Rightarrow$ ریشه ندارد $\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

د) $y = \frac{x+\varepsilon}{x^2-\varepsilon x^2} \Rightarrow x^2-\varepsilon x^2 \neq 0 \Rightarrow x^2(1-\varepsilon) \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0, \frac{1}{\varepsilon}\}$

الف) $y = \sqrt{2-x} + \sqrt{x-2} \Rightarrow \begin{cases} 4-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4 \Rightarrow (-\infty, 4] \\ x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \Rightarrow [2, +\infty) \end{cases} \Rightarrow D_f = [2, 4]$

ب) $y = \frac{x^2+1}{x^2+1} \Rightarrow x^2+1 \neq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$
 چون x^2+1 همیشه مثبت است و صفر نمی شود

ج) $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x-\varepsilon} \Rightarrow \begin{cases} ① x-\varepsilon \neq 0 \Rightarrow x \neq \varepsilon \\ ② x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \end{cases} \Rightarrow D_f = [2, \varepsilon) \cup (\varepsilon, +\infty)$

د) $y = \frac{x^2+2}{|x|+x^2} \Rightarrow |x|+x^2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\}$
 چون دایره برآزای صفری ندارد پس صفری حاصل نمی شود + است

الف) $y = |x|+2$

ب) $y = 2|x|$

ج) $y = |x+2|+3$

الف) $f(x)$

ب) $f(x)+2$

ج) $-f(x)$

د) $f(x-1)$