نیکا تابش

دهم دختر B

۱-

$f(x)\begin{cases} x^2+2x & x\geq a \\ ax-4 & x\leq a \end{cases} \Rightarrow f(a)=a^2+2a=a(a)-4 \Rightarrow \boxed{a=-2}$

۲-

$g(x)=2x+b \xrightarrow{(1,3)} 3=4+b \Rightarrow b=-1$, $f(x)=\dfrac{x^2+a}{2x-b} \xrightarrow{(1,3)} 3=\dfrac{4+a}{4-\underset{-1}{b}} \Rightarrow a=11 \Rightarrow f(1)=\dfrac{1+11}{2+1}=$ (۴)

۳-

$2x^2+ax+b \begin{cases} \xrightarrow{x=-1} 2-a+b=0 \\ \xrightarrow{x=4} 32+4a+b=0 \end{cases} \Rightarrow 2-a+b=32+4a+b \Rightarrow a=-6,\ b=-2+a=-8 \Rightarrow f(1)=\dfrac{4+1}{2-6-8}=\boxed{\dfrac{-5}{12}}$

۴-

$f(x)=\dfrac{x^3-\sqrt{3}}{-4x^2+ax+b}$, $D_f=R-\{-1\}$ (ریشه مضاعف مخرج است یعنی $\Delta=0$) $\Rightarrow S=-1-1=-2=\dfrac{-a}{-4} \Rightarrow a=-8$, $\Delta=a^2+16b=0 \xRightarrow{a=-8} 16b=-64 \Rightarrow b=-4 \Rightarrow \boxed{a+b=-8-4=-12}$

۵-

$D_f=R-\{1\} \Rightarrow$ یعنی مخرج فقط یک ریشه دارد که برای $(x-1)$ است و x^2+mx+1 ریشه در اعداد حقیقی ندارد یا یک ریشه مضاعف ۱ دارد $\Rightarrow$

(۱) $\Delta<0 \Rightarrow m^2-4<0 \Rightarrow (m-2)(m+2)<0 \Rightarrow$ (جدول تعیین علامت: -2، 2 : $+\ -\ +$) $\Rightarrow -2<m<2$

(۲) $S=2=-m \Rightarrow m=-2$

$\Rightarrow \boxed{-2\leq m<2}$

۶-

$f(x)=\sqrt{4-\dfrac{1}{x^2}} \Rightarrow 4-\dfrac{1}{x^2}\geq 0 \Rightarrow \dfrac{4x^2-1}{x^2}\geq 0 \Rightarrow$ ($4x^2-1=0 \Rightarrow x=\pm\dfrac{1}{2}$ ، $x^2=0 \Rightarrow x=0$) (جدول تعیین علامت: $-\frac{1}{2}$، 0، $\frac{1}{2}$: $+\ -\ -\ +$) $\Rightarrow \boxed{D_f=R-\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)}$

۷-

$f(x)=\sqrt{mx^2+2mx+1} \Rightarrow mx^2+2mx+1\geq 0 \Rightarrow$ (۱) $m>0$ (۲) $m=0$ عبارت درجه ۱ باشد

$\star \ \Delta\leq 0 \Rightarrow 4m^2-4m\leq 0 \Rightarrow 4m(m-1)\leq 0 \Rightarrow$ (جدول تعیین علامت: 0، 1 : $+\ -\ +$) $0\leq m\leq 1$ $\ 2\star$ $\Rightarrow \star, 2\star \Rightarrow \boxed{0\leq m\leq 1}$

۸-

$f(x)\begin{cases} \dfrac{4x^2-1}{2x-1} & x\neq a \\ 4x+k & x=\dfrac{1}{2} \end{cases}$, $g(x)=2x+1 \Rightarrow$ ریشه مخرج $f(x)$ در a است $\Rightarrow 2a-1=0 \Rightarrow a=\dfrac{1}{2}$ ، $x=\dfrac{1}{2} \Rightarrow 2+k=2\left(\dfrac{1}{2}\right)+1 \Rightarrow k=0$

$\Rightarrow \boxed{a+k=\dfrac{1}{2}}$

۹-

$f(x)\begin{cases} \dfrac{9x^2-4}{3x+2} & x\neq \dfrac{-2}{3} \\ 3ax+2 & x=\dfrac{-2}{3} \end{cases}$, $g(x)=3x+b \Rightarrow x=\dfrac{-2}{3} \Rightarrow -2a+2=3\left(\dfrac{-2}{3}\right)+\underset{}{\overset{-2}{b}} \Rightarrow a=3$

$\dfrac{9x^2-4}{3x+2}=\dfrac{(3x-2)(3x+2)}{3x+2} \xRightarrow{x\neq\frac{-2}{3}} 3x-2=3x+b \Rightarrow b=-2$

$\Rightarrow a-b = \boxed{3-(-2)=5}$

۱۰-

$f(x)\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2} & x\neq 2 \\ 2a^2+ax & x=2 \end{cases}$, $g(x)=x+2 \Rightarrow 2a^2+ax \xRightarrow{x=2} 2a^2+2a=2+2 \Rightarrow 2a^2+2a-4=0 \Rightarrow a^2+a-2=0 \Rightarrow$

$(a-1)(a+2)=0 \Rightarrow \boxed{a=1,-2}$