مهسا شکور — تکلیف شماره ۲ — دهم دختر B

۱۹/۷۵ آفرین

۱-
$f(x)=\begin{cases}x^2+2x & x\ge a\\ ax-4 & x\le a\end{cases} \Rightarrow a \Rightarrow a^2+2a=a^2-4 \Rightarrow \boxed{a=-2}$ ✓ ۲

۲-
$f(2)=\frac{4+a}{4+b}=1 \quad g(2)=4+b=3 \Rightarrow \boxed{b=-1} \Rightarrow f(x)=\frac{x^2+11}{2x+1} \Rightarrow f(1)=\frac{1+11}{3}=4$

$\frac{4+a}{5}=3 \to 4+a=15 \Rightarrow \boxed{a=11}$ ✓ ۲

۳-
$2x^2+ax+b=0 \to x=-1,\ 4 \Rightarrow \begin{cases}2(-1)^2+a(-1)+b=0\\ 2(4)^2+a(4)+b=0\end{cases} \to \begin{cases}2-a+b=0 \to a-b=2\\ 32+4a+b=0 \to 4a+b=-32\end{cases}$

$5a=-30 \Rightarrow \boxed{a=-6} \Rightarrow \boxed{b=-8} \Rightarrow f(x)=\frac{4x+1}{2x^2-6x-8}$

$\Rightarrow f(1)=\frac{4(1)+1}{2(1)^2-6(1)-8}=\frac{5}{-12}=\frac{-5}{12}$ ✓ ۲

۴-
$-4(-1)^2+a(-1)+b=-4-a+b=0 \to b-a=4,\ b=4+a$

چون دامنه $=\mathbb{R}-\{-1\}$ است و تابع درجه ۲ است، پس ریشهٔ مضاعف دارد $\Leftarrow \Delta=0 \Leftarrow$

$b^2-4ac=0 \to a^2+16b=0 \quad (b=4+a)$

$a^2+16a+64=0 \to (a+8)^2=0 \Rightarrow \boxed{a=-8} \Rightarrow \boxed{b=-4} \Rightarrow a+b=-12$ ✓ ۲

۵-
$x=1$ و $x^2+mx+1 \Rightarrow x^2+mx+1$ ریشه ندارد. چون این تابع فقط یک ریشه در مخرج دارد.

$\Delta<0 \Rightarrow b^2-4ac<0$

$m^2-4<0 \to m^2<4 \to -2<m<2 \to m\in(-2,2)$ ✓

ریشه مضاعف $x=1$ هم قابل قبول است! — ۱/۷۵

۶-
$f(x)=\sqrt{\frac{4x^2-1}{x^2}} \to \frac{4x^2-1}{x^2}\ge 0,\ x\ne 0 \to \frac{(2x-1)(2x+1)}{x\times x} \Rightarrow$

	$-\frac12$		0		$\frac12$	
+	0	−	∅	−	0	+

$\Rightarrow D_f=(-\infty,-\frac12]\cup[\frac12,+\infty)$ ✓ ۲

۷-
$f(x)=\sqrt{mx^2+2mx+1} \to D_f=\mathbb{R}$

$\Rightarrow mx^2+2mx+1\ge 0 \to \begin{cases}\Delta\le 0\\ a>0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}4m^2-4m\le 0 \to m^2-m\le 0\\ m>0 \to (0,+\infty)\end{cases}$

$m(m-1)\le 0 \to [0,1]$

$\cap \Rightarrow (0,1]$ ولی صفر هم که میشه $[0,1]$ ✓ ۲

۸-
$\frac{(2x-1)(2x+1)}{2x-1},\quad x\ne\frac12 \to a \Rightarrow 4(\frac12)+k=2(\frac12)+1$

$2+k=2 \Rightarrow k=0 \Rightarrow a+k=\frac12$ ✓ ۲

۹-
$\frac{(3x-2)(3x+2)}{(3x+2)} \quad ; \quad x\ne-\frac23$

$3ax+2$ ؟ $x=-\frac23$

$3(-\frac23)a+2=3(-\frac23)+b$

$-2a+2=-2+b$

اگر $x=0 \Rightarrow f(0)=\frac{-4}{2}=-2$ ، $g(0)=b$ ، $b=-2$

$2a+b=4 \Rightarrow a=3 \Rightarrow a-b=5$ ✓ ۲

۱۰-
$f(x)=\begin{cases}\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)} & ; x\ne 2\\ 2a^2+ax & ; x=2\end{cases}$

$x=2 \to g(2)=2+2=4,\quad f(2)=2a^2+2a \Rightarrow \begin{cases}2a^2+2a=4\\ a^2+a=2\end{cases}$

$a^2+a-2=0 \to (a+2)(a-1)=0 \to a=-2,\ a=1$ ✓ ۲

۵- ۲ حالت برای عبارت x^2+mx+1 وجود خواهد داشت:

حالت ۱) ریشه حقیقی نداشته باشد: $\Delta<0 \rightsquigarrow m^2-4<0 \rightarrow -2<m<2$ (1)

حالت ۲) ریشه مضاعف $x=1$ داشته باشد $x^2+mx+1=x^2-2x+1 \rightarrow m=-2$ (2)

$1 \cup 2 \rightsquigarrow \boxed{-2\leq m<2}$