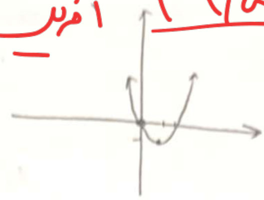
سوال ۱) سارا تبوتونیا

۱۹٫۵ آفرین

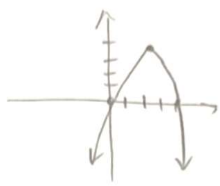
الف) ناحیه سوم نمی‌آورد



$y=3x^2-2x \rightsquigarrow x=\frac{-b}{2a}=\frac{1}{3}$ $\quad y=-\frac{1}{3}$ $\quad$ رأس $\left|\begin{matrix}\frac13\\-\frac13\end{matrix}\right.$

$\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ $\quad \frac{2\pm\sqrt{4-4\times3\times0}}{6}$ $\to \frac{2+2}{6}=\frac{2}{3}$; $\to 0$

ب) ناحیه دوم نمی‌آورد



$y=-x^2+4x \to x=\frac{-b}{2a}=2$ $\quad \left|\begin{matrix}2\\4\end{matrix}\right.$

$-4+8=4 \quad y=4$

$\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ $\to 0$; $\to 4$

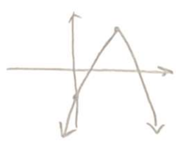
۲

سوال ۲)

الف) ناحیه ۱ و ۲ و ۴

$y=2x^2-5x+2$ $\quad \frac{-b}{2a}=\frac{5}{4}$ $\quad y=-\frac{9}{8}$ $\quad \frac{5\pm\sqrt{9}}{4}$ $\to 2$; $\to \frac12$

ب) ناحیه ۱ و ۳ و ۴



$y=-x^2+4x-1$ $\quad \left|\begin{matrix}-\frac{b}{2a}=2\\ y=3\end{matrix}\right.$ $\quad \frac{-4\pm\sqrt{12}}{-2}$

۲

سوال ۳)

$x^2-x-3=0$ $\quad \frac{1\pm\sqrt{1+12}}{2}$ $\to \frac{1+\sqrt{13}}{2}$; $\to \frac{1-\sqrt{13}}{2}$

$\alpha-\beta=\frac{1+\sqrt{13}-1+\sqrt{13}}{2}=\frac{2\sqrt{13}}{2}=\sqrt{13}$

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}=\frac{1}{\sqrt{13}}=\frac{\sqrt{13}}{13}$

ب) $\alpha^2+\beta^2 \to S^2-2P \to 1-2(-3)=7$

۲

ج) $\alpha^3+\beta^3 \to S^3-3PS \to 1-3(-3)(1)=10$

د) $\alpha^3-\beta^3=(\alpha-\beta)^3+3\alpha\beta(\alpha-\beta)=4\sqrt{13}$

سوال ۴)

$x^2-ax+a \rightsquigarrow \Delta<0$ $\quad a^2-4a<0$ $\quad a(a-4)<0$ $\quad$ (0: + − , 4: − +) $\quad (0,4)$

۱٫۵

معادله‌ی x^2-ax+a می‌تواند ریشه‌ی مضاعف داشته باشد $a=۲$ ← $a=4$ ← محدوده‌ی a ← $a\in(0,4]$

سوال ۵)

$2\alpha^2+\beta^2-4\alpha=7$ $\quad \alpha^2+\beta^2+\underbrace{\alpha^2-4\alpha}_{\frac{a}{3}}=7 \rightsquigarrow 14+\frac{4}{3}a+\frac{a}{3}=7$ $\quad a=-9$

$3\alpha^2-12\alpha+a=0$ $\quad \alpha^2-4a=\frac{a}{3}$

$3\beta^2-12\beta-a=0$

۲

$3x^2-12x+9=0$ $\quad 3(x^2-4x+3)=0 \rightsquigarrow \frac{4\pm\sqrt{4}}{2}$ $\to 3$; $\to 1$ $\rightsquigarrow -\frac{9}{3}=-3$

سوال ۶

$A, B \rightsquigarrow \frac{V - ۲a + ۲a + ۳}{۲} = a$ عرض رأس $\quad \sigma^{\frac{a}{۳}}_{\frac{۱}{۲}}$

$\frac{-b}{۲a} = a \quad b = -۱a$

$a=۲ \rightarrow A(۹,۱) \quad B(۱,۱) \quad \sigma^{۲}_{۱} = ۲a + ۵b + c = ۳ \;\Big\}\rightarrow\; ۲a - ۵a + c = ۳ \;\Big\}\; -۱۹a = ۲$

$a + b + c = ۱ \qquad a - ۱۰a + c = ۱ \qquad a = -\frac{۱}{۸} \quad c = -\frac{۱}{۸}$

۲

حاصلش $\frac{۱}{۸}$ جواب

سوال ۷

$am^۲ + an - b = ۰$

$۶۰\beta^۲ + ۲۰\alpha^۲ - ۲۰\beta = ۱۷$

$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = ۱ \qquad \alpha = ۱ - \beta$

$۶۰\beta^۲ + ۲۰(۱-\beta)^۲ - ۲۰\beta = ۱۷$

$۴۰\beta^۲ - ۶۰\beta + ۳ = ۰ \rightsquigarrow ۴\beta^۲ - ۶\beta + ۱ = ۰$

۲

$\beta = \frac{۲۰ \pm ۸\sqrt{۵}}{۴۰}$

$\frac{۱۰ + ۴\sqrt{۵}}{۱۰} \rightarrow \alpha = \frac{۵ - ۲\sqrt{۵}}{۱۰}$

$\frac{۱۰ - ۴\sqrt{۵}}{۱۰} \rightarrow \alpha = \frac{۵ + ۲\sqrt{۵}}{۱۰}$

$|\alpha - \beta| = \left|-\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}\right| = \frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$

سوال ۸

$(-۵, \beta) \;,\; (۱, \beta) \rightsquigarrow$ طول رأس سهمی $= -۲ \qquad \sigma^{۲}_{-\frac{۱}{۲}} = \left|\begin{matrix} ۲ \\ -\frac{۱}{۲} \end{matrix}\right.$

خروجی از سهمی $\left|\begin{matrix} ۰ \\ \frac{۳}{۲} \end{matrix}\right.$

$y = a(x+۲)^۲ - \frac{۱}{۲} \xrightarrow{(۰, \frac{۳}{۲})} \frac{۳}{۲} = ۴a - \frac{۱}{۲} \quad a = \frac{۱}{۴}$

۲

$y = \frac{۱}{۴}(x+۲)^۲ - \frac{۱}{۲} \xrightarrow{x=-۵} \frac{۱}{۴}(-۳)^۲ - \frac{۱}{۲} \quad \beta = ۴$

سوال ۹

$\alpha + \beta = -۶ \longrightarrow$ طول رأس سهمی $= -۳ \rightsquigarrow$ (صابتیج دورستم) $(-۳+z)_{\alpha} \;,\; (-۳-z)_{\beta}$

$\longrightarrow ۳(-۳+z)^۲ + ۲(-۳-z)^۲ = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵ \rightarrow ۵y^۲ + ۴۵ - ۴y = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

۲

$y = -۲\sqrt{۲}$

$\alpha = -۳ - ۲\sqrt{۲} \qquad \beta = -۳ + ۲\sqrt{۲} \;\Big\}\; x \rightarrow ۹ - ۸ = ۱ = a$

سوال ۱۰

$\sqrt{\frac{۱}{\alpha}} + \sqrt{\frac{۱}{\beta}} = ۵ \xrightarrow{()^۲} \underbrace{\frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta}}_{\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}} + ۲\sqrt{\frac{۱}{\alpha\beta}} = ۲۵ \qquad \alpha\beta = \frac{۱}{۳۶}$

۵

$\frac{\alpha+\beta}{\frac{۱}{۳۶}} + ۲\sqrt{۳۶} = ۲۵ \qquad ۳۶(\alpha+\beta) = ۱۳ \qquad (\alpha+\beta) = \frac{۱۳}{۳۶} \Rightarrow \frac{۱۳}{۱۲} = \frac{m+۱۴}{۳۶} \quad m = -۱$

$-۳x^۲ + ۶x + ۲ = ۰ \qquad \frac{c}{a} = -۲$