با دقت حل کن! اصولاً جواب سوال‌ها عددهای عجیب غریب نیست ت

آزمون یادگیری

۱۷

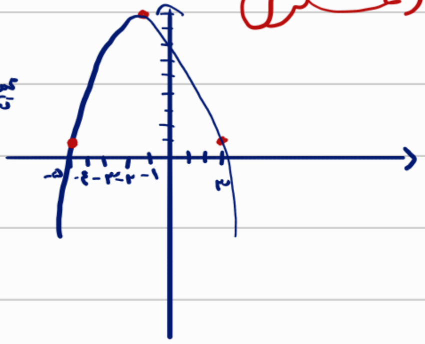
①

۱,۵

$(-۱ و ۹)$ رأس → $\frac{-b}{۲a}=-۱ \rightarrow y=۹ \rightarrow$ عرض رأس

$(۳ و ۱)$ $\quad \underset{\frac{۱}{۲}}{۹a}+۳\underset{۵}{b}+c=۱ \quad$ → $-۱۸/۵$

$۹-۱=۸ \rightarrow ۹+۸=۱۷$



$$۲۵a-۵b+c=۱$$
$$-$$
$$a-b+c=۹$$
$$۲۴a-۴b+۰=-۸$$

$\boxed{۶a-b=-۲} \rightsquigarrow \frac{-b}{۲a}=\frac{-۶a-۲}{۲a}=\frac{-۳a-۱}{a}=-۱ \rightarrow -a=-۳a-۱$

$۲a=۱ \rightarrow \boxed{a=\frac{۱}{۲}}$

$\downarrow$

$\underset{\frac{۱}{۲}}{۶a}+۲=b \rightarrow \boxed{b=۵} \quad \boxed{c=-۱۸/۵} \rightsquigarrow \frac{۱}{۲}x^۲+۵x-۱۸/۵=y$

---

②

۱,۷۵

$(x-\alpha)(x-\beta)$

$\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{m+۶}{۲}>۰ \rightarrow$ ‏ -۶: $-\,|\,+$ $\rightsquigarrow m>-۶$

$\alpha+\beta>۰ \rightarrow \frac{-b}{a}>۰ \rightarrow \frac{-m}{۲}>۰ \rightarrow$ ‏ ۰: $+\,|\,-$ $\rightsquigarrow m<۰$

$\rightsquigarrow m<۰$ و $m>-۶$

---

③

۱,۲۵

$\alpha+\beta=\frac{۱}{\alpha\beta} \rightsquigarrow \frac{-b}{a}=\frac{a}{c} \rightarrow a^۲=-bc \rightsquigarrow ۹=-(۲m+۱)(۲-m)$

$$۹=-۴m+۲m^۲+۲-m$$
$$۰=۲m^۲-۵m-۷$$
$$m^۲-۵m-۱۴ \rightsquigarrow (m-۷)(m+۲)$$

$\boxed{\frac{۷}{۲}}$ ✓ $\quad \boxed{-۱}=\frac{-۲}{۲}$

---

④

۱,۵

$x_۱=\alpha$ و $x_۲=\beta \rightsquigarrow x^۲-x-۴$

$\Delta=b^۲-۴ac=۱-۴(۱)(-۴)=۱۷$

۲تا ریشه $\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲a}$ → $\frac{۱+\sqrt{۱۷}}{۲}=\alpha$ ، $\frac{۱-\sqrt{۱۷}}{۲}=\beta$

$\rightsquigarrow$

$\alpha^۳+\frac{۱}{\beta}=\frac{۱+۱۷\sqrt{۱۷}}{۸}+\frac{۲}{۱-\sqrt{۱۷}}$

$\beta^۳+\frac{۱}{\alpha}=\frac{۱-۱۷\sqrt{۱۷}}{۸}+\frac{۲}{۱+\sqrt{۱۷}}$

$\frac{-۲-۳۴\sqrt{۱۷}}{-۱۶}+\frac{۲+۲\sqrt{۱۷}}{-۱۶}=\frac{-۱-۱۷\sqrt{۱۷}+۱+\sqrt{۱۷}}{-۸}=\frac{-۱۶\sqrt{۱۷}}{-۸}=۲\sqrt{۱۷}$

$\frac{-۱+۱۷\sqrt{۱۷}}{-۸}+\frac{-۲+۲\sqrt{۱۷}}{-۸}=\frac{-۳+۱۹\sqrt{۱۷}}{-۸}$

$(x-۲\sqrt{۱۷})(x+\frac{۳-۱۹\sqrt{۱۷}}{۸})$

$x^۲+\frac{۳-۳۵\sqrt{۱۷}}{۸}x-۶\sqrt{۱۷}+۶۴۶$

$$\underbrace{\left(\sqrt[۳]{x}+\frac{۱}{\sqrt[۳]{x}}\right)^{۲}-۱}$$

$$\frac{\sqrt[۳]{x^۴}+۱+\sqrt[۳]{x^۲}}{\sqrt[۳]{x^۲}}=\left(\frac{\sqrt[۳]{x^۵}+\sqrt[۳]{x^۳}+x}{x}\right)\left(\sqrt[۳]{x^۳}-۱\right)$$

$$\left(\frac{\sqrt[۳]{x^۲}+۱}{\sqrt[۳]{x}}\right)^{۲}-۱$$

$$\frac{\sqrt[۳]{x^۶}+x+x\sqrt[۳]{x^۲}}{x}+\frac{-\sqrt[۳]{x^۵}-\sqrt[۳]{x}-x}{x}=\frac{x^۲\sqrt[۳]{x}+x\sqrt[۳]{x^۲}-x\sqrt[۳]{x^۲}-\sqrt[۳]{x}}{x}$$

$$=\frac{x^۲\sqrt[۳]{x}-\sqrt[۳]{x}}{x}\quad\frac{\sqrt[۳]{x}(x^۲-۱)}{x}-\frac{۲x\sqrt[۳]{x}}{x}=\frac{\sqrt[۳]{x}\,(x^۲-۱-۲x)}{x}$$

$x^۲+۱-۲x$ باشی

بود !!

جواب همینه

۱,۵

۵

$\alpha=۳\beta \;\begin{smallmatrix}+۲\\-۲\end{smallmatrix}\quad \alpha\beta=\frac{c}{a}$

$ax^۲+bx+c=۳x^۲-ax+۴$

β

$۳\beta^۲=\frac{۴}{۳}\longrightarrow\beta^۲=\frac{۴}{۹}\rightsquigarrow\beta=\pm\frac{۲}{۳}$

$\alpha+\beta=۳\beta+\beta=۴\beta=\frac{-b}{a}=\frac{+a}{۳}\longrightarrow ۱۲\beta=+a$

$۱۲\times\frac{۲}{۳}=۸=-a\to a=+۸\rightsquigarrow ۳\times\frac{۴}{۹}-۸\times\frac{۲}{۳}+۴=\frac{۴}{۳}-\frac{۱۶}{۳}+\frac{۱۲}{۳}=۰$

$=\frac{۳۲}{۳}$

$۱۲\times-\frac{۲}{۳}=-۸=-a\to a=-۸\rightsquigarrow ۳\times\frac{۴}{۹}+۸\times\left(-\frac{۲}{۳}\right)+۴=۰$

$(x-\alpha)(x-\beta)$

$\alpha \quad \beta$

$۸-(-۸)=۱۶$ ✓

۶

۲

$ax^۲+(۳+۲a)x=y$

$\rightsquigarrow ax^۲+(۳+۲a)x\geq۰$

که به ازای x های منفی

در کل نباید به ازای $x<۰$ ← $y<۰$ داشته باشیم

$a=۰\rightsquigarrow ۳x\geq۰\longrightarrow$ که به ازای x های منفی جواب نمی‌دهد ✗

$a=-۱\rightsquigarrow -x^۲+x\geq۰\to \underset{۰}{x}\,\underset{۱}{(-x+۱)}$ ✗

✓

$a=-\frac{۳}{۲}\rightsquigarrow -\frac{۳}{۲}x^۲\geq۰$ ✗

فقط به ازای x های منفی جواب نیست ← $a=-۲\rightsquigarrow -۲x^۲-x\geq۰\rightsquigarrow x(-۲x-۱)$ ✗

$a=۱\rightsquigarrow x^۲+۵x\to \underset{۰}{x}\,(x+\underset{-۵}{۵})$ + | − | +

۷

۲

---

① محور تقارن سهمی $\Rightarrow \frac{-a}{۲}$

② محور تقارن سهمی $\Rightarrow \frac{+۲}{-۲}=-۱$

$\frac{-a}{۲}=-۱\to\frac{a}{۲}=۱\to\boxed{a=۲}$

$\rightsquigarrow -x^۲-۲x+b=۱$

① سهمی $\to y=x^۲+۲x-۲\to$ رأس $\left|\begin{array}{l}x=-۱\\ y=-۳\end{array}\right.$

$۱=x^۲+۲x-۳$

$۰=x^۲+۲x-۳$

$(x+۳)(x-۱)\to x=۱,\ x=-۳$

$-x^۲-۲x+b-۱$

$\Delta>۰$

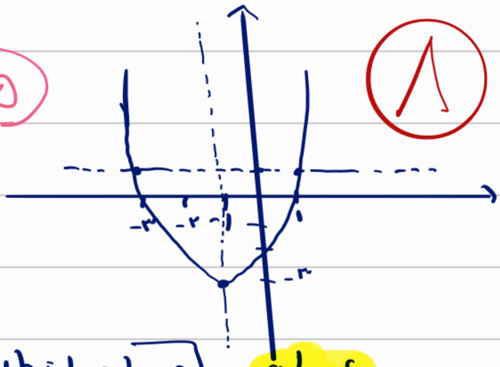
$\rightsquigarrow ۴-۴\times(-۱)(b-۱)$

$۴+۴b-۴\Rightarrow ۴b>۰$

$-x^۲-۲\overset{-۳}{x}+b=۱\to -۹+۶+b=۱\to b=۴$

۱,۵

۸



$ab=۴$

۹

۱٫۵

$\alpha_۱ + \frac{۱}{۲} = \alpha_۲$

$\beta_۱ + \frac{۱}{۲} = \beta_۲$

$\alpha_۱\beta_۱ = \frac{c}{a} = \frac{b}{۲}$ و $\alpha_۱+\beta_۱ = \frac{-b}{a} = \frac{a}{۲}$

$\alpha_۲\beta_۲ = \frac{c}{a} \Rightarrow \left(\alpha_۱+\frac{۱}{۲}\right)\left(\beta_۱+\frac{۱}{۲}\right) = -۳$

$$\underbrace{\alpha_۱\beta_۱}_{\frac{b}{۲}} + \underbrace{\frac{۱}{۲}\alpha_۱+\frac{۱}{۲}\beta_۱}_{\frac{۱}{۲}(\underbrace{\alpha_۱+\beta_۱}_{\frac{a}{۲}})} + \frac{۱}{٤} = -۳ \to \frac{۲b+a}{٤} = \frac{-۱۲}{٤} \to ۲b+\underset{-۳}{\underset{\downarrow}{a}} = -۱۲ \to \boxed{b=۵}$$

$$\alpha_۲+\beta_۲ = \alpha_۱+\frac{۱}{۲}+\beta_۱+\frac{۱}{۲} = \overset{\frac{a}{۲}}{\underbrace{\alpha_۱+\beta_۱}_{\frac{a}{۲}}} + ۱ = \frac{-a}{۲a} \to \frac{a}{۲}+۱ = -\frac{۱}{۲} \to \boxed{a=-۳}$$

$$\left[\frac{ab}{٤}\right] = \frac{-۱۵}{٤} = -۳\frac{۳}{٤} \to -٤$$

۱۰

۲

α و $\beta_۱, \beta_۲$

$\alpha\beta_۱ = m \leadsto (-۶-\beta_۱)(\beta_۱) = -\beta_۱^۲ - ۶\beta_۱ = m \to -\beta_۱(+\beta_۱+۶) = m$

$\alpha\beta_۲ = -۳m \leadsto (-۶-\beta_۱)(\beta_۱+٤) = -۶\beta_۱ - ۲٤ - \beta_۱^۲ - ٤\beta_۱ \to -\beta_۱^۲ - ۱۰\beta_۱ - ۲٤ = -۳m$

$\boxed{\alpha=-۵} \leftarrow \alpha + \underbrace{\beta_۱}_{-۱} = -۶ \to \alpha = -۶-\beta_۱ \to -۲-\beta_۲ = -۶-\beta_۱ \to \underbrace{\beta_۲}_{\text{یا } \beta_۱+٤} - \beta_۱ = ٤$

$\beta_۱^۲+۱۰\beta_۱+۲٤ = ۳m$

$(\beta_۱+٤)(\beta_۱+۶) = ۳m$

$\alpha+\beta_۲ = -۲ \leadsto -۶-\beta_۱+\beta_۲ = -۲ \to \beta_۲ - \underbrace{\beta_۱}_{-۱} = ٤ \leadsto \boxed{\beta_۲ = ۳}$

$\beta_۲ - \beta_۱ = ٤$

$\beta_۲ = \beta_۱+٤ \longrightarrow$ ادامه باصورتی

$\frac{-\beta_۱ \times ۳m}{\beta_۱+٤} = m$

یا $\frac{-۳\beta_۱}{\beta_۱+٤} = ۱ \leadsto \beta_۱+٤ = -۳\beta_۱$

$٤\beta_۱ = -٤ \to \boxed{\beta_۱=-۱}$

← ادامه با قرمز

۱

$\xrightarrow{\text{راس سهمی}} -\frac{b}{۲a} = -۱ \rightsquigarrow b = ۲a$

$f(-۱) = ۹ \to a - b + c = ۹ \to a - ۲a + c = ۹ \to c = ۹ + a$

$f(۳) = ۱ \to ۹a + ۳b + c = ۱ \to ۹a + ۶a + ۹ + a = ۱ \to ۱۶a = -۸ \to a = -\frac{۱}{۲}$ → $b = -۱$, $c = ۸٫۵$ → $\boxed{y = -\frac{۱}{۲}x^۲ - x + ۸٫۵}$

۲

$\Delta > ۰ \to m^۲ - ۴(۲)(m+۶) > ۰ \to m^۲ - ۸m - ۴۸ > ۰$

$(m - ۱۲)(m + ۴) > ۰ \to m > ۱۲$ یا $m < -۴$

$S > ۰ \to -\frac{m}{۲} > ۰ \to m < ۰$

$P > ۰ \to \frac{m+۶}{۲} > ۰ \to m > -۶$

اشتراک → $\boxed{-۶ < m < -۴}$

۳

$\alpha + \beta = \frac{۱}{\alpha\beta} \to \frac{۱ - ۲m}{۳} = \frac{۳}{۲ - m} \to ۲m^۲ - ۵m - ۷ = ۰$

$(m + ۱)(۲m - ۷) = ۰ \to m = \frac{۷}{۲}$ یا $m = -۱$

$m = -۱ \to ۳x^۲ - ۳x + ۳ \to \Delta < ۰$ غ ق ق ×

$m = \frac{۷}{۲} \to ۳x^۲ + ۹x - \frac{۳}{۲} \to \frac{c}{a} > ۰$ ✓

فقط ریشه دارد!

۴

$x^۲ - x - ۴ = ۰ \to S = ۱ , P = -۴$

$S' = (x_۱^۳ + x_۲^۳) + (\frac{۱}{x_۱} + \frac{۱}{x_۲}) \rightsquigarrow S' = S^۳ - ۳SP + \frac{S}{P} = (۱)^۳ - (۳)(-۴)(۱) + \frac{۱}{-۴} = \frac{-۵۱}{۴}$

$P' = (x_۱x_۲)^۳ + x_۲^۲ + x_۱^۲ + \frac{۱}{x_۱x_۲} \to P' = P^۳ + S^۲ - ۲P + \frac{۱}{P}$

$P' = (-۴)^۳ + ۱ - ۲(-۴) - \frac{۱}{۴} = -۶۴ + ۹ - \frac{۱}{۴} = \frac{-۲۲۱}{۴}$

$x^۲ - S'x + P' = x^۲ - \frac{۵۱}{۴}x - \frac{۲۲۱}{۴}$

۵

$\sqrt[۳]{x^۲}=t \to (t+\frac{۱}{t}+۱)(t-۱) = t^۲-\cancel{t}+\cancel{۱}-\frac{۱}{t}+\cancel{t}-\cancel{۱} = \frac{t^۳-۱}{t}$

$\frac{x^۲-۱}{\sqrt[۳]{x^۲}} = ۲\sqrt[۳]{x} \to x^۲-۱=۲x \to x^۲-۲x-۱=۰ \rightsquigarrow S=\frac{-(-۲)}{۱}=\boxed{۲}$

۸

$\begin{cases} x^۲+ax-۲ \to -\frac{b}{۲a} = -\frac{a}{۲} \\ -x^۲-۲x+b \to -\frac{b}{۲a} = \frac{۲}{-۲} \end{cases} \to -\frac{a}{۲}=-۱ \to a=۲ \to \begin{cases} y=x^۲+۲x-۲ \\ y=۱ \end{cases} \to x^۲+۲x-۳=۰$

$\to x=-۳ \rightsquigarrow M(-۳,۱)$

$\to x=۱ \rightsquigarrow N(۱,۱)$

$-x^۲-۲x+b \xrightarrow[y=۱]{x=-۳} -۹+۶+b=۱ \to b=۴ \to \boxed{ab=۸}$

۹

α, β ریشه‌های $۲ax^۲+ax-۶$ ، $\alpha+۰/۵$ ، $\beta+۰/۵$ ریشه‌های $۲ax^۲+ax-۶$ هستند!

$S=\underbrace{\alpha+\beta}_{\frac{-a}{۲a}}+۱=\frac{a}{۲} \rightsquigarrow \frac{a}{۲}=\frac{۱}{۲} \rightsquigarrow a=۱$

$P=(\alpha+۰/۵)(\beta+۰/۵)=\alpha\beta+۰/۵(\alpha+\beta)+۰/۲۵=\frac{-۶}{۲a}+\frac{۱}{۲}(\frac{-a}{۲a})+\frac{۱}{۴}=-\frac{۶}{۲}-\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۴}=\frac{b}{۲} \to b=-۶$

$[\frac{ab}{۴}]=[\frac{-۶}{۴}]=[-۱/۵]=\boxed{-۲}$