۶_ ②

$۳x^{۲} - ax + ۴ = ۰$ $\qquad ۳\alpha^{۲} - a\alpha + ۴ = ۰$

$\alpha = ۳\beta$ $\qquad ۳\beta^{۲} - a\beta + ۴ = ۰$

$\alpha \times \beta = ۳\beta^{۲} = \frac{۴}{۳}$

$۹\beta^{۲} = ۴$ $\qquad \beta = -\frac{۲}{۳} \quad \alpha = -۲$

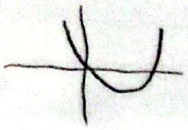
$\beta^{۲} = \frac{۴}{۹} \to \beta = \pm\frac{۲}{۳}$

$$\alpha = ۲ \begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{۸}{۳} \to a/۳ = -\frac{۸}{۳} \to a = -۸ \\ \alpha + \beta = \frac{۸}{۳} \to \frac{a}{۳} = \frac{۸}{۳} \to a = ۸ \end{cases}$$

$a - a = ۸ + ۸ = ۱۶$ ✓

۷_ ②

$y = ax^{۲} + (۲a + ۳)x$



$a > ۰$

$\Delta \geq ۰$

$۴a^{۲} + ۹ + ۱۲a \geq ۰$

$(۲a + ۳)^{۲} \geq ۰$

$a = -\frac{۳}{۲}$

$\frac{-\frac{۳}{۲}}{-\ ۰\ +}$

$a \geq -۱٫۵$

$P \geq ۰ \to P = ۰$

$S \geq ۰ \to -۲a - ۳ \geq ۰ \to -\frac{۳}{۲}$, $a = ۰$

$\frac{-\frac{۳}{۲} \quad ۰}{-\ ۰\ +\ ۰\ -}$ $\quad [-۱٫۵ , ۰)$

$\} \to [-\frac{۳}{۲} , \infty) \to$

به ازای هیچ مقدار چون a باید بزرگتر از صفر ⊕ باشد ✓

$a = \emptyset$

۸_ ②

$۱ - ۲ - ۲$

$y = x^{۲} + ax - ۲$ $\qquad -\frac{a}{۲} = \frac{۲}{-۲} = -۱ \to a = ۲ \to x^{۲} + ۲x - ۲ = y \ \Big|^{-۱}_{-۳}$

$۱ = x^{۲} + ۲x - ۲$

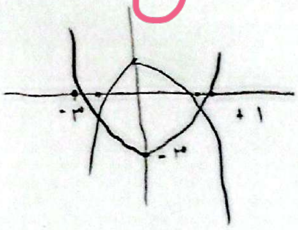
$x^{۲} + ۲x - ۳ = ۰$

$y = -x^{۲} - ۲x + b$

$\hookrightarrow -(x - ۱)(x + ۳) + ۱ \to -x^{۲} - ۲x + ۴ = y$ $\qquad x = +۱ \ , \ x = -۳$

$b = ۴$

$y = ۱$



$ab = ۲ \times b = ۲ \times ۴ = ۸$ ✓

۹_ ②

$۲x^{۲} - ax + b = ۰$ $\qquad \alpha + \beta = a/۲ \qquad \alpha\beta = \frac{b}{۲}$

$۲ax^{۲} + ax - ۹ = ۰$ $\qquad \alpha' + \beta' = \frac{-a}{۲a} = -\frac{۱}{۲}$

$\alpha'\beta' = -۳ \to -\frac{۱}{۲} = \alpha + \beta - ۱ \to \frac{۱}{۲} = \frac{a}{۲} \qquad a = ۱$

$(\alpha - \frac{۱}{۲})(\beta - \frac{۱}{۲}) = -۳$

$\frac{b}{۲} - \cancel{\frac{۱}{۲}}(\alpha \cancel{+} \beta) + \frac{۱}{۴} = -۳$ ✓

$\frac{b}{۲} = -۳ \qquad b = -۶$

$[\frac{ab}{۴}] = -۲$

$[\frac{-۶}{۴}] = [-۱٫۵] = -۲$ ✓

۱۰_ ②

$$\left.\begin{array}{l} x^{۲} + ۶x + m = ۰ \\ x^{۲} + ۲x - ۳m = ۰ \end{array}\right\} \quad x^{۲} + ۶x + m = x^{۲} + ۲x - ۳m$$

$۴x = -۴m \to x = -m$

$x^{۲} + ۶x - x = ۰ \to x^{۲} + ۵x = ۰$

$\Delta = ۲۵$

$x = \frac{-۵ \pm ۵}{۲} = \underset{\times}{۰}$ و -۵ ✓

$۲۵ - ۳۰ = -m$

$m = ۵$

$$\begin{cases} x^{۲} + ۶x + ۵ = ۰ \quad \Delta = ۱۶ \to x = \frac{-۶ \pm ۴}{۲} = \textcircled{-۱}, -۵ \\ x^{۲} + ۲x - ۱۵ = ۰ \quad \Delta = ۶۴ \to x = \frac{-۲ \pm ۸}{۲} = \textcircled{۳}, -۵ \end{cases}$$

اختلاف $= ۴$

$۳ - (-۱) = ۴$ ✓

دیانا وطن خواه

۲۰ آفرین

A | $-۱ \quad \frac{-b}{۲a} \to -۱$

$۹ \to \frac{-\Delta}{۴a} \to ۹$

$y=ax^۲+bx+c \to y=a(x-\overset{}{\underset{-۱}{h}})^۲+\underset{۹}{k} \to a(x+۱)^۲+۹$

(۲)

B | $^{۳}_{۱} \to ۱=a(۳+۱)^۲+۹ \Rightarrow ۱=۱۶a+۹$

$۱۶a=-۸$

$a=-۱/۲$

$y=-\frac{۱}{۲}(x+۱)^۲+۹=-\frac{۱}{۲}x^۲-x+\frac{۱۷}{۲}=y$ ✓

$۲x^۲+xm+m+۶=0$

$\begin{array}{ccc} & -۴ & & ۱۲ & \\ + & & - & & + \end{array}$

$\Delta>0 \to m^۲-۴(۲m+۱۲)>0 \to m^۲-۸m-۴۸>0$ | $m<-۴$, $m>۱۲$

$m=۱۲$, $m=-۴$

$S>0 \to \frac{-b}{a} \to \frac{-m}{۲}>0 \to m<0$

$P>0 \to \frac{+m+۶}{۲}>0$

$+m+۶>0$

$+m>-۶$

$a>0$ ✓

$\xRightarrow{\cap} (-۶,-۴)$ ✓

(۲)

$۳x^۲+(۲m-۱)x+۲-m=0 \quad \Delta>0$

$S=\frac{۱}{\alpha}\times\frac{۱}{\beta} \to \alpha+\beta=\frac{۱}{\alpha\beta} \to \alpha\beta(\alpha+\beta)=۱$

$P(S)=۱ \to \frac{۲-m}{۳}\times\frac{-۲m+۱}{۳}=۱ \to \frac{۲m^۲-۵m+۲}{۹}=۱ \Rightarrow$

$۲m^۲-۵m-۷=0$

$\Delta=۸۱$

$\frac{۵\pm۹}{۴}=\frac{۷}{۲}, -۱=m$ ✓

غ ق ق

چون $\Delta>0$ نمی‌شود

(۲)

$x=x^۲-۴ \to x^۲-x-۴=0 \to x_۱+x_۲=۱ \qquad x_۱x_۲=-۴ \to (x_۱+x_۲)^۳=۱$

$\left.\begin{array}{l} x_۱^۳+\frac{۱}{x_۲} \\ x_۲^۳+\frac{۱}{x_۱} \end{array}\right\}$ $S'=x_۱^۳+x_۲^۳+\underbrace{\frac{۱}{x_۱}+\frac{۱}{x_۲}}_{\frac{x_۲+x_۱}{x_۱x_۲}}=۱۳+\frac{۱}{-۴}=\frac{۵۲-۱}{۴}=\frac{۵۱}{۴}$

$x_۱^۳+x_۲^۳+\underbrace{۳\overset{-۱۲}{\cancel{x_۱x_۲}}(\overset{۱}{\cancel{x_۱+x_۲}})}_{-۱۲}=۱$

$x_۱^۳+x_۲^۳=۱۳$

$(x_۱+x_۲)^۲=۱ \to x_۱^۲+x_۲^۲+۲(\overset{-۸}{\cancel{-۴}})=۱$

$x_۱^۲+x_۲^۲=۹$

$P'=(x_۱^۳+\frac{۱}{x_۲})(x_۲^۳+\frac{۱}{x_۱})=(x_۱x_۲)^۳+x_۱^۲+x_۲^۲+\frac{۱}{x_۱x_۲}=-۶۴+۹+\frac{۱}{-۴}=\frac{-۲۲۱}{۴}$

(۲)

$x^۲-\frac{۵۱}{۴}x-\frac{۲۲۱}{۴}=0 \to ۴x^۲-۵۱x-۲۲۱=0$ ✓

$\left[\sqrt[۳]{x^۲}+\frac{۱}{\sqrt[۳]{x^۲}}+۱\right]\left(\sqrt[۳]{x^۲}-۱\right)=۲\sqrt[۳]{x} \longrightarrow x\sqrt[۳]{x}-\frac{۱}{\sqrt[۳]{x^۲}} \to x\sqrt[۳]{x}-\frac{\sqrt[۳]{x}}{x}-۲\sqrt[۳]{x}=0$

$x\sqrt[۳]{x}$

$\sqrt[۳]{x}\left(x-۲-\frac{۱}{x}\right)=0 \longrightarrow \sqrt[۳]{x}\left(x^۲-۲x-۱\right)=0$

$x=0$

$\Delta=۸$

$x=۱\pm\sqrt{۲}$

(۲)

$x_۱+x_۲=$

$۱+\sqrt{۲}+۱-\sqrt{۲}+0=۲$ ✓