نام و نام خانوادگی ...[signature]... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۳ کلاس دهم ...

۱۵٫۷۵

۱	$y = a(x-h)^2 + \cancel{k}\ 9$ عرض از مبدا $-1 \quad x - h = 0$ $h = -1$ $y = a(x+1)^2 + 9 \xrightarrow{(3,1)} 1 = a(4)^2 + 9 = 16a + 9$ $16a = -8$ $a = -\frac{1}{2}$ $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 9$ ۲
۲	دو ریشه $\longrightarrow \Delta > 0 \longrightarrow b^2 - 4ac > 0 \longrightarrow m^2 - 4(2)(m+6) > 0$ $m^2 - 8m - 48 > 0 \longrightarrow (m-12)(m+4) > 0$ $-4 \quad 12$ $+ \quad 0 \quad - \quad 0 \quad +$ $-4 < m < 12$ ① دو ریشه + $\longrightarrow P > 0 \to \frac{c}{a} > 0$ $\frac{m+6}{2} > 0 \longrightarrow m > -6$ ② $① \cap ② \longrightarrow -4 < m < 12$ ۱٫۵
۳	$\Delta > 0$ $(2m-1)^2 - 4(3)(2-m) > 0$ $4m^2 + 8m - 11 > 0$ $\Delta = 64 - 4(4)(-11) = 240$ $m = \frac{-8 \pm 4\sqrt{15}}{8}$ ختمی نیست $S = \frac{1}{P} \to \frac{-b}{a} = \frac{a}{c}$ $\frac{1-2m}{3} = \frac{3}{2-m}$ $2m^2 - 5m - 7 = 0$ $\Delta = 25 - 4(2)(-7) = 81$ $m = \frac{5 \pm 9}{4}$; $m = \frac{14}{4}$ ✗ ; $\boxed{m = -1}$ ۱٫۲۵
۴	$x^2 - x - 4 = 0$ $S = 1,\ P = -4$ $x_1^3 + x_2^3 + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ $(x_1 + x_2)^3 - 3(x_1 x_2)(x_1 + x_2) + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ $= 1 - 3(-4)(1) - \frac{1}{4} = \frac{51}{4}$ $(x_1^3 + \frac{1}{x_2})(x_2^3 + \frac{1}{x_1})$ $(x_1 x_2)^3 + (x_1 x_2)(x_1^2 + x_2^2)$ $= (-4)^3 + (-4)(1 - 2(-4)) + (\frac{-1}{4}) = \frac{-401}{4}$ $\longrightarrow t^2 - \frac{51}{4}t - \frac{401}{4} = 0$ ۱٫۷۵
۵	$(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}})^2 (\sqrt[3]{x} + 1)(\sqrt[3]{x} - 1) = 2\sqrt[3]{x}$ $x - \sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x} - 1 = 2\sqrt[3]{x}$ $\sqrt[3]{x^2} - 3\sqrt[3]{x} + x - 1 = 0 \longrightarrow S = \frac{-b}{a} = 3$ ۱٫۵

$x_1 = 3x_2 \qquad x^2 - Sx + \frac{4}{3} = 0$ $\begin{cases} S = \frac{a}{3} \\ P = \frac{4}{3} \end{cases} \qquad x^2 - \frac{a}{3}x + \frac{4}{3} = 0$ $\Delta = 0$ $\frac{a^2}{9} - 4(1)(\frac{4}{3}) = \frac{a^2}{9} - \frac{48}{9} = 0$ $a^2 - 48 = 0$ $a^2 = 48 \to a = \pm 4\sqrt{3}$ 1/25	6
$\begin{cases} a < 0 \ (I) \\ P \geq 0 \ ✓ \\ S > 0 \to \frac{-3-2a}{1} > 0 \to -3 > 2a \end{cases}$ $\frac{-3}{2} > a \ (II)$ $\xrightarrow{I \cap II} a < \frac{-3}{2}$ 1/5	7
$\frac{-a}{2} = \frac{2}{-2} \to 2a = 4$ $a = 2 \longrightarrow ab = 2 \times 0 = 0$ $\xrightarrow{y=1} \frac{-\Delta}{4a} = 1 \to \frac{4 - 4(-1)(b)}{4} = \frac{4+4b}{4} = 1$ $4 + 4b = 4$ $4b = 0 \to \boxed{b = 0}$ 1	8
$x_1 = \frac{1}{2} + x_3$ $x_2 = \frac{1}{2} + x_4$ $S_1 = \frac{a}{2} \quad P_1 = \frac{b}{2} \quad \vert \quad S_2 = \frac{-a}{2} \quad P_2 = -3$ $\longrightarrow \underbrace{x_1 x_2}_{\frac{b}{2}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}(\underbrace{x_3 + x_4}_{\frac{-a}{2}}) + \underbrace{x_3 x_4}_{-3}$ $4b = -22 - 2a \longrightarrow a + 2b = -11$ $\underbrace{x_1 + x_2}_{\frac{a}{2}} = 1 + \underbrace{x_3 + x_4}_{\frac{-a}{2}}$ $a = 1$ $\longrightarrow 1 + 2b = -11$ $2b = -12$ $b = -6$ $[\frac{ab}{4}] = [\frac{-6}{4}] = -2$ 2	9
$\begin{cases} r^2 + 6r + m = 0 \\ r^2 + 2r - 3m = 0 \end{cases}$ $4r + 4m = 0$ $m = -r$ $r^2 + 6r - r = r^2 + 5r = 0$ $r(r+5) = 0$ — $r = 0$, $r = -5$ $m = 5$ $x^2 + 6x + 5 = 0$ $(x+1)(x+5) = 0$ — $x = -1$ غیرمشترک, $x = -5$ $x^2 + 2x - 15 = 0$ $(x+5)(x-3)$ — $x = 3$ غیرمشترک, $x = -5$ فاصله $= \vert -1 - 3 \vert = 4$ 2	10

۲

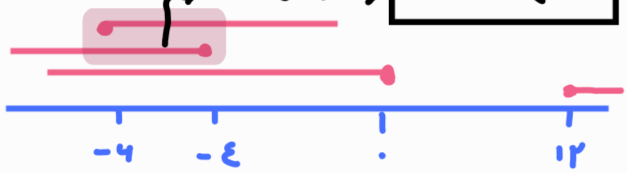
$\Delta > ۰ \rightarrow m^۲ - ۴(۲)(m+۶) > ۰ \rightarrow m^۲ - ۸m - ۴۸ > ۰$

$(m-۱۲)(m+۴) > ۰ \rightarrow m > ۱۲$ یا $m < -۴$

$S > ۰ \rightarrow -\frac{m}{۲} > ۰ \rightarrow m < ۰$

$P > ۰ \rightarrow \frac{m+۶}{۲} > ۰ \rightarrow m > -۶$

اشتراک $\rightarrow \boxed{-۶ < m < -۴}$



۳

$\alpha + \beta = \frac{۱}{\alpha\beta} \rightarrow \frac{۱-۲m}{۳} = \frac{۳}{۲-m} \rightarrow ۲m^۲ - ۵m - ۷ = ۰$

$(m+۱)(۲m-۷) = ۰ \rightarrow m = \frac{۷}{۲}$ یا $m = -۱$

$m = -۱ \rightarrow ۳x^۲ - ۳x + ۳ \rightarrow \Delta < ۰$ غ ق ق ✗

$m = \frac{۷}{۲} \rightarrow ۳x^۲ + ۹x - \frac{۳}{۲} \rightarrow \frac{c}{a} > ۰$ ✓

فقط ریشه دارد!

۴

$x^۲ - x - ۴ = ۰ \rightarrow S = ۱ , P = -۴$

$S' = (x_۱^۳ + x_۲^۳) + (\frac{۱}{x_۱} + \frac{۱}{x_۲}) \rightsquigarrow S' = S^۳ - ۳SP + \frac{S}{P} = (۱)^۳ - (۳)(-۴)(۱) + \frac{۱}{-۴} = -\frac{۵۱}{۴}$

$P' = (x_۱x_۲)^۳ + x_۲^۲ + x_۱^۲ + \frac{۱}{x_۱x_۲} \rightarrow P' = P^۳ + S^۲ - ۲P + \frac{۱}{P}$

$P' = (-۴)^۳ + ۱ - ۲(-۴) - \frac{۱}{۴} = -۶۴ + ۹ - \frac{۱}{۴} = \frac{-۲۲۱}{۴}$

$x^۲ - S'x + P' = x^۲ - \frac{۵۱}{۴}x - \frac{۲۲۱}{۴}$

۵

$\sqrt[۳]{x^۲} = t \rightarrow (t + \frac{۱}{t} + ۱)(t-۱) = t^۲ - \cancel{t} + \cancel{۱} - \frac{۱}{t} + \cancel{t} - \cancel{۱} = \frac{t^۳ - ۱}{t}$

$\frac{x^۲ - ۱}{\sqrt[۳]{x^۲}} = ۲\sqrt[۳]{x} \rightarrow x^۲ - ۱ = ۲x \rightarrow x^۲ - ۲x - ۱ = ۰ \rightsquigarrow S = \frac{-(-۲)}{۱} = \boxed{۲}$

۶

$$P=\alpha\beta=\alpha\times ۳\alpha=\frac{۴}{۳}\rightarrow \alpha^{۲}=\frac{۴}{۹}\rightarrow \alpha=\pm\frac{۲}{۳}\rightarrow \beta=\pm ۲$$

$$S=\alpha+\beta=۳\alpha+\alpha=۴\alpha=۴\times\pm\frac{۲}{۳}=\pm\frac{۸}{۳}\rightsquigarrow S=\frac{a}{۳}=\pm\frac{۸}{۳}\rightarrow a=\pm ۸$$

$\boxed{\text{اختلاف مقدارهای } a \text{ برابر ۱۶ است}}$

---

۷ با توجه به معادله سهمی از مبدأ می‌گذرد بنابراین ←

۱- $a>۰$ سهمی مینیمم داشته باشد

۲- یک ریشه‌ی مثبت و یک ریشه‌ی صفر داشته باشد

$۱) \rightarrow \boxed{a>۰}$

$۲) \rightarrow S>۰ \quad \frac{-۲a-۳}{a}>۰ \quad \begin{array}{ccccc} & -۱/۵ & & ۰ & \\ - & & + & & - \end{array} \quad \boxed{-۱/۵<a<۰}$

اشتراک این دو بازه تهی است پس غیرممکن است از ناحیه سوم عبور نکند !

۸

$$\begin{cases} x^{۲}+ax-۲ \rightarrow -\frac{b}{۲a}=-\frac{a}{۲} \\ -x^{۲}-۲x+b \rightarrow -\frac{b}{۲a}=\frac{۲}{-۲} \end{cases} \rightarrow -\frac{a}{۲}=-۱ \rightarrow \boxed{a=۲} \rightarrow \begin{cases} y=x^{۲}+۲x-۲ \\ y=۱ \end{cases} \rightarrow x^{۲}+۲x-۳=۰$$

$\rightarrow x=-۳ \rightsquigarrow M(-۳,۱)$

$\rightarrow x=۱ \rightsquigarrow N(۱,۱)$

$$-x^{۲}-۲x+b \xrightarrow[y=۱]{x=-۳} -۹+۶+b=۱ \rightarrow \boxed{b=۴} \longrightarrow \boxed{ab=۸}$$