Subject: حسنا شعرباف Date: ۱۷

(۳,۱)

$A = (-1, 9)$ $y = ax^2 + bx + c \Rightarrow y = a(x+1)^2 + 9$ ۱-

$1 = a(1+1)^2 + 9 \Rightarrow 1 = 4a + 9 \Rightarrow 4a = -8 \Rightarrow \boxed{a = -2}$

$\boxed{y = -2(x+1)^2 + 9} \Rightarrow y = -2x^2 - 4 + 9$ ۱,۵

$2x^2 + mx + m + 9 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ ۱,۵ ۲-

$m^2 - 4(2)(m+9) = m^2 - 8m - 48 > 0 \Rightarrow m^2 - 8m > 48$

$\Rightarrow m(m-8) > 48 \rightarrow m(m-8) > 4 \times 12 \Rightarrow \boxed{m = 12}$

Subject: Date:

۳- ۱/۵

$3x^2+(2m-1)x+2-m=0 \qquad x^2+bx+c=0$

$x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-2m+1 \quad , \quad x_1x_2=\frac{c}{a} \qquad a=3$

$-\frac{b}{3}=\frac{-2m+1}{3} \qquad \frac{c}{a}=\frac{2-m}{3}$

$(x_1+x_2)=\frac{1}{x_1x_2} \Rightarrow \frac{1-2m}{3}=\frac{1}{\frac{2-m}{3}} \Rightarrow \frac{1-2m}{3}=\frac{3}{2-m}$

$2-m-4m+2m^2=9 \Rightarrow 2m^2-5m-7=0 \qquad b^2-4ac=$

$25-4(2)(-7)=25+56=81 \qquad m=\frac{5\pm 9}{4} \Rightarrow \frac{14}{4}, -1$

۴-

$x^2-4=0 \Rightarrow x=\pm 2 \qquad x_1=2 \;,\; x_2=-2$

۱/۵

$y_1=x_1^3+\frac{1}{x_1}=2^3+\frac{1}{2}=8+0.5=\frac{17}{2}$

$y_2=x_2^3+\frac{1}{x_2}=(-2)^3+-\frac{1}{2}=-8-0.5=-\frac{17}{2}$

$(y-y_1)(y-y_2)=0 \Rightarrow y^2-(y_1+y_2)y+y_1y_2=0$

$y_1+y_2=\frac{17}{2}+\left(-\frac{17}{2}\right)=0 \qquad y_1y_2=\frac{17}{2}\times\left(-\frac{17}{2}\right)=\frac{-289}{4}$

$y^2-\frac{289}{4}=0 \Rightarrow y^2=\frac{289}{4} \Rightarrow \boxed{4y^2-289=0}$

$$\left(\sqrt[3]{x^2}+\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}+1\right)\left(\sqrt[3]{x^2}-1\right)=2\sqrt[3]{x}$$ -۵

$t=\sqrt[3]{x} \Rightarrow t^2=\sqrt[3]{x^2} \Rightarrow \left(t^2+\frac{1}{t^2}+1\right)(t^2-1)=2t$

$(t^2-1)\left(t^2+\frac{1}{t^2}+1\right)=t^4+\frac{t^2}{t^2}-t^2-\frac{1}{t^2}-1+\cdots$

$(t^2-1)\left(t^2+\frac{1}{t^2}+1\right)=t^2\left(t^2+\frac{1}{t^2}+1\right)-1\left(t^2+\frac{1}{t^2}+1\right)=$

$=(t^4+1+t^2)-\left(t^2+\frac{1}{t^2}+1\right)=t^4+1+t^2-t^2-\frac{1}{t^2}-1=t^4-\frac{1}{t^2}$

$\left(t^4-\frac{1}{t^2}=2t\right)\times t^2 \Rightarrow t^6-1=2t^3 \Rightarrow t^6-2t^3-1=0$

$y=t^3 \Rightarrow y^2-2y-1=0 \Rightarrow y=1\pm\sqrt{2} \Rightarrow$ ۲

$t^3=1\pm\sqrt{2} \Rightarrow t_1=\sqrt[3]{1\pm\sqrt{2}} \rightarrow x_1=1\pm\sqrt{2} \Rightarrow$

$x_1+x_2=(1+\sqrt{2})+(1-\sqrt{2})=\boxed{2}$

$3x^2-ax+4=0 \qquad x_1+x_2=\frac{a}{3} \qquad x_1\cdot x_2=\frac{4}{3}$ -۶

$r+3r=\frac{a}{3} \Rightarrow 4r=\frac{a}{3} \Rightarrow a=12r$ ریشه‌ها r و $3r$

$r(3r)=\frac{4}{3} \Rightarrow 3r^2=\frac{4}{3} \Rightarrow r^2=\frac{4}{9} \Rightarrow r=\pm\frac{2}{3}$ ۲

$a_1=12\times\frac{2}{3}=8 \qquad a_2=12\times-\frac{2}{3}=-8 \qquad |a_1-a_2|=|8-(-8)|=\boxed{16}$

حسنا

Subject: Date:

۸- $y=x^۲+ax-۲$ $\quad x=-\frac{a}{۲}$ $\quad y=-x^۲-۲x+b$ $\quad x=-\frac{-۲}{۲}=۱$

۱٫۵

$\Rightarrow -\frac{a}{۲}=۱ \Rightarrow a=-۲$

$۱=x^۲+ax-۲$, $۱=-x^۲-۲x+b \Rightarrow$

$۱=x^۲-۲x-۲ \Rightarrow x^۲-۲x-۳=0 \Rightarrow x_{۱,۲}=۳,-۱$ عرض ها

$-x^۲-۲x+b=۱ \Rightarrow b=x^۲+۲x+۱ \xRightarrow{x=۳} b_۱=۳^۲+۲(۳)+۱=۹+۶+۱$

$=۱۶$, $x=-۱ \Rightarrow b_۲=(-۱)^۲+۲(-۱)+۱=۱-۲+۱=0$

$\Rightarrow x_۱+x_۲=۲$, $y=x^۲-۲x-۲ \Rightarrow x^۲-۲x-۲=۱ \Rightarrow$

$x^۲-۲x-۳=0 \Rightarrow x_۱+x_۲=۲$ $\quad b=x^۲+۲x+۱=۱۶ \xrightarrow{\text{پس}}$

$b=۱۶$ $\quad a=-۲ , b=۱۶$ $\quad ab=-۲\times۱۶=\boxed{-۳۲}$

۷- $x<0$, $y<0$: ناحیه سوم $\Rightarrow y=ax^۲+(۳+۲a)x$

۱٫۵

$x<0$, $y\geq 0$ $\quad y=0 \Rightarrow ax^۲+(۳+۲a)x=0$

$x(ax+۳+۲a)=0 \Rightarrow x_۱=0$ یا $x_۲=-\frac{۳+۲a}{a}$

$x_۲>0 \Rightarrow -\frac{۳+۲a}{a}>0 \Rightarrow +\frac{(۳+۲a)}{a}<0 \Rightarrow \begin{cases} a>0 \quad ۳+۲a<0 \Rightarrow a<-۱٫۵ \\ ۳+۲a>0 \Rightarrow a>-۱٫۵ \\ a<0 \end{cases}$

$\Rightarrow a>-۱٫۵$, $a<0$ در ربع سوم نیست $\leftarrow$ $-۱٫۵$ a باید منفی و بزرگتر باشد

$-۱٫۵<a<0$ $\quad (-۱٫۵,0) \rightarrow \boxed{\infty}$

Subject: صبا شعرباف Date:

۱۰

$x^2+2x-3m=0 \quad , \quad x^2+6x+m=0$ ریشه مشترک $= r$

$r^2+2r-3m=0 \Rightarrow m=\frac{r^2+2r}{3}$

$r^2+6r+m=0$

$\Rightarrow r^2+6r+\frac{r^2+2r}{3}=0 \Rightarrow 3r^2+18r+r^2+2r=0$

$\Rightarrow 4r^2+20r=0 \Rightarrow r(r+5)=0 \qquad r=-5$

$x^2+2x-3m=0 \qquad m=\frac{r^2+2r}{3}=\frac{25-10}{3}=5$

۲

$x^2+2x-15=0 \rightarrow x_{1,2}=3,-5$

$x^2+6x+5=0 \Rightarrow (x+1)(x+5)=0 \Rightarrow x_{1,2}=-1,-5$

اختلاف ریشه های غیر مشترک $= 3-(-1)=4$

۹- ریشه معادله اول $\Leftarrow x_1 , x_2$ معادله دوم $\Leftarrow x_1+\frac{1}{2} , x_2+\frac{1}{2}$

$ax^2+bx+c=0 \qquad S=-\frac{b}{a} \quad , \quad P=\frac{c}{a}$

$2ax^2+ax-6=0 \qquad S=-\frac{1}{2} \quad , \quad P=-\frac{3}{a}$

$2x^2-ax+b=0 \qquad S=\frac{a}{2} \quad , \quad P=\frac{b}{2}$

۲

$S_2=S_1+1$

$P_2=P_1+\frac{1}{2}S_1+\frac{1}{4}$

$S_1=-\frac{1}{2} \quad , \quad P_1=-\frac{3}{a} \rightarrow S_2=\frac{1}{2} \quad , \quad P_2=-\frac{3}{a} \Rightarrow \frac{b}{2}=-\frac{3}{a} \Rightarrow$

s.a.m

$b=-\frac{6}{a} \qquad S_2=\frac{a}{2}=\frac{1}{2} \Rightarrow a=1 \qquad b=-\frac{6}{1}=-6 \quad \left[\frac{(-6)(1)}{4}\right]=\left[\frac{-3}{2}\right]=-2$

Scanned with CamScanner

۱

راس سهمی $\rightarrow -\frac{b}{2a} = -1 \rightarrow b = 2a$

$f(-1) = 9 \rightarrow a - b + c = 9 \rightarrow a - 2a + c = 9 \rightarrow c = 9 + a$

$f(3) = 1 \rightarrow 9a + 3b + c = 1 \rightarrow 9a + 6a + 9 + a = 1 \rightarrow 16a = -8 \rightarrow \boxed{a = -\frac{1}{2}}$ → $\boxed{b = -1}$, $\boxed{c = 8/5}$ $\rightarrow \boxed{y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 8/5}$

۲

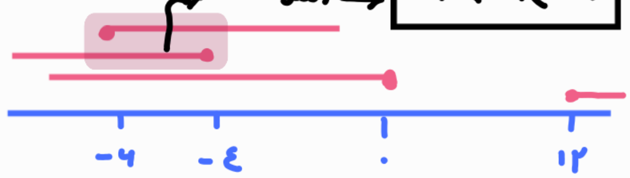
$\Delta > 0 \rightarrow m^2 - 4(2)(m+6) > 0 \rightarrow m^2 - 8m - 48 > 0$

$(m-12)(m+4) > 0 \rightarrow \boxed{m > 12}$ یا $\boxed{m < -4}$

$S > 0 \rightarrow -\frac{m}{2} > 0 \rightarrow \boxed{m < 0}$

$P > 0 \rightarrow \frac{m+6}{2} > 0 \rightarrow \boxed{m > -6}$

اشتراک $\rightarrow \boxed{-6 < m < -4}$



۳

$\alpha + \beta = \frac{1}{\alpha\beta} \rightarrow \frac{1-2m}{3} = \frac{3}{2-m} \rightarrow 2m^2 - 5m - 7 = 0$

$(m+1)(2m-7) = 0 \rightarrow m = \frac{7}{2}$ یا $m = -1$

$m = -1 \rightarrow 3x^2 - 3x + 3 \rightarrow \Delta < 0$ غ ق ق ✗

$\boxed{m = \frac{7}{2}} \rightarrow 3x^2 + 6x - \frac{3}{2} \rightarrow \frac{c}{a} > 0$ ✓

فقط ریشه دارد!

۴

$x^2 - x - 4 = 0 \rightarrow S = 1 , P = -4$

$\boxed{S'} = (x_1^3 + x_2^3) + (\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}) \rightarrow S' = S^3 - 3SP + \frac{S}{P} = (1)^3 - (3)(-4)(1) + \frac{1}{-4} = \boxed{\frac{-51}{4}}$

$P' = (x_1 x_2)^3 + x_2^2 + x_1^2 + \frac{1}{x_1 x_2} \rightarrow P' = P^3 + S^2 - 2P + \frac{1}{P}$

$\boxed{P'} = (-4)^3 + 1 - 2(-4) - \frac{1}{4} = -64 + 9 - \frac{1}{4} = \boxed{\frac{-221}{4}}$

$x^2 - S'x + P' = x^2 - \frac{51}{4}x - \frac{221}{4}$

۷

باتوجه به معادله سهمی از مبدا می گذرد بنابراین ←

۱- $a>۰$ سهمی مینیمم داشته باشد

۲- یک ریشه ی مثبت و یک ریشه ی صفر داشته باشد

$۱) \rightarrow \boxed{a>۰}$

$۲) \rightarrow S>۰ \quad \frac{-۲a-۳}{a}>۰ \quad \begin{array}{cccc} & -۱٫۵ & & ۰ \\ - & & + & - \end{array} \quad \boxed{-۱٫۵<a<۰}$

اشتراک این دو بازه تهی است پس غیرممکن است از ناحیه سوم عبور نکند !

۸

$\begin{cases} x^۲+ax-۲ \rightarrow -\frac{b}{۲a}=-\frac{a}{۲} \\ -x^۲-۲x+b \rightarrow -\frac{b}{۲a}=\frac{۲}{-۲} \end{cases} \rightarrow -\frac{a}{۲}=-۱ \rightarrow \boxed{a=۲} \rightarrow \begin{cases} y=x^۲+۲x-۲ \\ y=۱ \end{cases} \rightarrow x^۲+۲x-۳=۰$

$\rightarrow x=-۳ \rightsquigarrow M(-۳,۱)$

$\rightarrow x=۱ \rightsquigarrow N(۱,۱)$

$-x^۲-۲x+b \xrightarrow[y=۱]{x=-۳} -۹+۶+b=۱ \rightarrow \boxed{b=۴} \longrightarrow \boxed{ab=۸}$