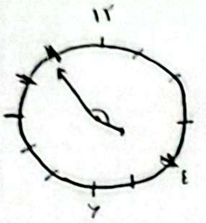
لعیا کریاسیان ۱۸٫۵ <= به ۱۷ نمره ۱۲ تکلیف سری ۱۹

۱-

الف)



$$۴(۳۰^\circ) + ۶^\circ + ۲۷^\circ = ۱۲۶ + ۲۷ = ۱۵۳^\circ$$

$۵۴ \div ۲$

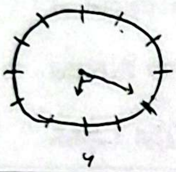
۲

ب) $\alpha = |5{,}5M - ۳۰H| = |\frac{۱۱}{۲}\times ۵۴ - ۳۰\times ۳| = |۲۹۷ - ۹۰| = ۲۰۷$

$$\begin{array}{r} ۳۶۰ \\ -۲۰۷ \\ \hline ۱۵۳ \end{array}$$

۲-

الف)



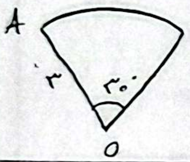
$$۲(۳۰^\circ) + ۲(۶^\circ) + ۹ = ۸۱^\circ$$

$\frac{۱۸}{۲}$

۲

ب) $\alpha = |5{,}5M - ۳۰H| = |\frac{۱۱}{۲}\times ۱۸ - ۳۰\times ۶| = |۹۹ - ۱۸۰| = ۸۱^\circ$

۳- الف)



فرمول: $S = \frac{\alpha}{۲} R^۲ = ۱۵ \times ۹ = ۱۳۵$

$\frac{\pi}{۶} \times ۳ \times ۳ \times \frac{۱}{۲} = \frac{۹\pi}{۱۲} = \frac{۳\pi}{۴}$

نباید برحسب درجه اعلام کنی!

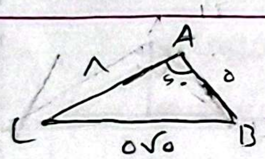
۱٫۵

ب) فرمول: $P = \alpha R + ۲R = ۳۰ \times ۳ + ۶ = ۹۰ + ۶ = ۹۶$

$۳ \times \frac{\pi}{۶} = \frac{\pi}{۲} \rightarrow (\frac{\pi}{۲} + ۶) =$ محیط

باید برحسب رادیان باشد!

۴- الف)



$S = \frac{۱}{۲} \times ۵ \times ۸ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۱۰\sqrt{۳}$

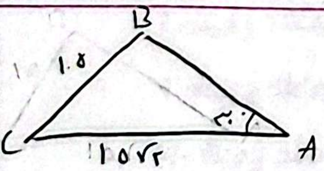
۱٫۵

ب) $BC = \sqrt{c^۲ + b^۲ + ۲bc\cos ۶۰^\circ} = \sqrt{۲۵ + ۶۴ + ۲\times ۴۰ \times \frac{۱}{۲}}$

$= \sqrt{۸۵ + ۴۰} = \sqrt{۱۲۵} = ۵\sqrt{۵}$

$P = ۱۳ + ۵\sqrt{۵}$

۵-



$\hat{B} + \hat{C} = ۱۵۰$

$B = ۴۵ = \frac{\pi}{۴}$

$\frac{۱۵}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۱۵\sqrt{۲}}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C}$

$C = ۱۵۰ - ۴۵ = ۱۰۵ \rightarrow ۱۰۵ \times \frac{\pi}{۱۸۰} = \frac{۷\pi}{۱۲}$

$\sin \hat{B} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} = ۴۵^\circ$

۲

۶-

$$\frac{\tan(\pi - \alpha) + ۳\tan(\pi + \alpha)}{\tan(۲\pi - \alpha) - \tan(۲\pi + \alpha)} = \frac{-\tan(\alpha) + ۳\tan(\alpha)}{-\tan(\alpha) - \tan(\alpha)} = +۲\tan(\alpha)$$

۱٫۵

۷-

$\boxed{\tan\frac{\pi}{۱۲} = \tan ۱۵^\circ}$

$$A = \frac{۲\tan ۷۵^\circ + \tan ۱۰۵^\circ}{۳\tan ۱۶۵^\circ - \tan ۲۵۵^\circ} = \frac{۲\tan(\frac{\pi}{۲} - ۱۵^\circ) + \tan(\frac{\pi}{۲} + ۱۵^\circ)}{۳\tan(\pi - ۱۵^\circ) - \tan(\frac{۳\pi}{۲} - ۱۵^\circ)}$$

$$= \frac{۲\cot(۱۵^\circ) - \cot(۱۵^\circ)}{-۳\tan(۱۵^\circ) - \cot(۱۵^\circ)} = \frac{\cot ۱۵^\circ}{-۳\tan ۱۵^\circ - \cot ۱۵^\circ} = \frac{\frac{۱}{a}}{-۳a - \frac{۱}{a}} = \frac{\frac{۱}{a}}{-\frac{۳a^۲+۱}{a}} = -\frac{۱}{۳a^۲+۱}$$

۲

-۸

$$\frac{(\sin x+\cos x)^2+(\sin x-\cos x)^2}{\sin^2 x-\cos^2 x}=3$$

$$\frac{\sin^2 x+\cos^2 x+\cancel{2\sin x\cos x}+\sin^2 x+\cos^2 x\cancel{-2\sin x\cos x}}{\sin^2 x-\cos^2 x}=3$$

$$\frac{2(\sin^2 x+\cos^2 x)}{\sin^2 x-\cos^2 x}=\frac{2}{\sin^2 x-\cos^2 x}=3\longrightarrow\frac{2}{1-2\cos^2 x}=3\rightarrow 3-6\cos^2 x=2$$

$$1=6\cos^2 x$$

$$\boxed{\frac{1}{6}=\cos^2 x}$$

$$\tan^2 x+1=\frac{1}{\cos^2 x}\Longrightarrow \tan^2 x=6-1$$

$$\boxed{\tan^2 x=5}$$

۲

-۹

$$\frac{\sin^2 x-2\cos^2 x+1}{\sin^2 x+2\cos^2 x-1}=4\longrightarrow\frac{1-\cos^2 x-2\cos^2 x+1}{1+\cos^2 x-1}=\frac{2-3\cos^2 x}{\cos^2 x}=4$$

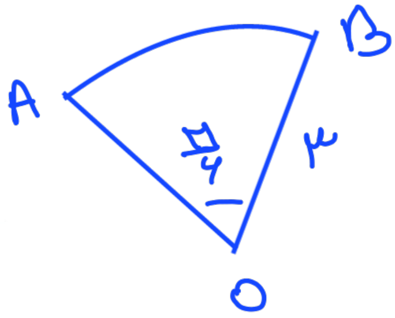
$$\Longrightarrow 4\cos^2 x=2-3\cos^2 x$$

$$7\cos^2 x=2\longrightarrow\boxed{\cos^2 x=\frac{2}{7}}\qquad \tan^2 x+1=\frac{1}{\cos^2 x}\longrightarrow \boxed{\tan^2 x=\frac{7}{2}-\frac{2}{2}=\frac{5}{2}}$$

۲

-۱۰

سوال ۳



$$S_{OAB}=\frac{1}{2}\times 3^2\times\frac{\pi}{6}=\frac{9\pi}{12}=3$$

$$P_{OAB}=2r+\overset{\frown}{AB}$$

$$P_{OAB}=2(3)+\left(3\times\frac{\pi}{6}\right)=6+\frac{\pi}{2}$$

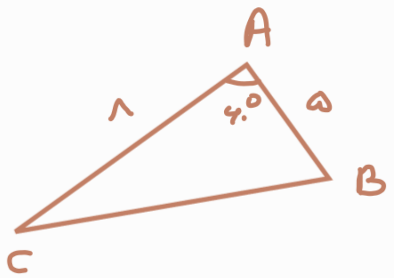
فرمول طلایی :

$$\cos^2\alpha=\frac{1+\cos 2\alpha}{2}\longrightarrow\cos^2 22/5^\circ=\frac{1+\cos 45^\circ}{2}$$

$$\cos^2 22/5^\circ=\frac{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}=\frac{2+\sqrt{2}}{4}\longrightarrow\boxed{\cos 22/5^\circ=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}=\sin 67/5^\circ}$$

۲

4



$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} \times (۵)(۸) \times \sin ۶۰^\circ$

$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} \times ۴۰ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۱۰\sqrt{۳}$

طبق قضیه‌ی کسینوس ها ←

$BC^۲ = ۵^۲ + ۸^۲ - ۲(۵)(۸)(\cos ۶۰^\circ)$

$BC^۲ = ۲۵ + ۶۴ - ۴۰ = ۴۹ \rightarrow BC = ۷$

$P_{ABC} = ۵ + ۸ + ۷ = ۲۰$

6

$$\frac{\tan(\pi-\alpha) + ۳\tan(\pi+\alpha)}{\tan(۲\pi-\alpha) - \tan(۲\pi+\alpha)} = \frac{-\tan\alpha + ۳\tan\alpha}{-\tan\alpha - \tan\alpha} = -1$$