دیانا وطن‌خواه

۱- $D_1 = \{1\}$ $\quad 1^2 = 1$ آخرین عضو

$D_2 = \{2, 3, 4\}$ $\quad 2^2 = 4$

$1 + 1 = 2$

$D_3 = \{5, \dots 9\}$ $\quad 3^2 = 9$

$1 + 4 = 5$

②

$\max x = n^2$

$\min = (n-1)^2 + 1$

$D_9 = 9^2 = 81$

$(9-1)^2 + 1 = 64 + 1 = 65$

$\{65, 66, \dots 81\}$ $\quad \frac{81 + 65}{2} = \frac{146}{2} = \boxed{73}$ ✓

۲- $D_1 \Rightarrow k_1 = 1$ min

$3k_1 = 3 \times 1 = 3$ max

اعضا $\{1, 2, 3\}$

②

$k_2 = 3k_1 + 1$

$D_2 = 3k_1 + 1 \Rightarrow 3 + 1 = 4$

$3 \times 4 = 12$ $\quad \{4, 5, \dots 12\}$

$D_5 = 3k_4 + 1 = 3(40) + 1 = 121$

$121 \times 3 = 363$ $\quad \{121, 122, \dots 363\}$

$\frac{121 + 363}{2} = \boxed{242}$ ✓

۳-

$۳k+۱ \rightarrow k=۰ \rightarrow -۲(۰)+۴=۴$

$۳k+۲ \rightarrow k=۰ \rightarrow \frac{۲}{۲}+a=۱+a$ ۸ ①

$۳k \rightarrow k=۱ \rightarrow ۲^{۱}=۲$

۹

$۳k+۱ \rightarrow k=۱ \rightarrow -۲(۱)+۴=۲$

$۳k+۲ \rightarrow k=۱ \rightarrow \frac{۵}{۳}+a=۱+a$ ۱۰

$۳k \rightarrow k=۲ \rightarrow ۲^{۲}=۴$

$۳k+۱ \rightarrow k=۲ \rightarrow -۲(۲)+۴=۰$ ۱۱

$۳k+۲ \rightarrow k=۲ \rightarrow ۲+a$

$۳k \rightarrow k=۳ \rightarrow ۲^{۳}=۸$ ۱۲

$۳k+۱ \rightarrow k=۳ \rightarrow -۲(۳)+۴=-۲$

۱۳

$S=۴+(۱+a)+۲+۲+(۱+a)+۴+۰+(۲\cancel{۹}+a)+۸+(-۲)$

$\Rightarrow ۲۰+۳a$

$S=۱۹$ $۲۰+۳a=۱۹$

$۳a=-۱$

$\boxed{a=\frac{-۱}{۳}}$

$a_{۴}+a_{۵}+a_{۶}+\dots a_{۲۹}=?$

$۲+\frac{۲}{۳}+۴+۰+\frac{۵}{۳}+۸+(-۲)+\frac{۵}{۳}$
$+۱۶+(-۴)+\frac{۵}{۳}+۳۲+(-۶)+\frac{۵}{۳}$
$+۶۴+(-۸)+۱۲۸+(-۱۰)+\frac{۵}{۳}+۲۵۶$
$+(-۱۲)+\frac{۵}{۳}+۵۱۲+(-۱۴)\Rightarrow \boxed{\frac{۲۹۰۳}{۳}}$

۶ـ

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_1 = a \quad a_۲ = a + d \quad a_۳ = a + ۲d \quad a_۴ = a + ۳d$

$۶(a_1 + d)^۲ = ۵(a_1 + ۲d)a + ۳(a + d)a$

$۶a^۲ + ۱۲ad + ۶d^۲ = ۵a^۲ + ۱۰ad + ۳a^۲ + ۳ad$

$۶a^۲ + ۱۲ad + ۶d^۲ = ۸a^۲ + ۱۳ad$

$۲a^۲ + ad - ۶d^۲ = ۰$

$۲a^۲ + (d)a - (۶d^۲)$

$۲a^۲ + ۴ad - ۳ad - ۶d^۲ = ۰$

$۲a(a_1 + ۲d) - ۳d(a_1 + ۲d) = ۰$

$(۲a - ۳d)(a_1 + ۲d) = ۰$

$۲a - ۳d = ۰ \rightarrow ۲a = ۳d$ $\boxed{\frac{a}{d} = \frac{۳}{۲}}$ ①

② $a_1 + ۲d = ۰$

$a_1 = -۲d$

$\boxed{\frac{a}{d} = -۲}$ ✓ ②

$\frac{a_۴}{d} = \frac{a_1 + ۳d}{d} = \frac{a}{d} + ۳ \longrightarrow$ ① $\frac{۳}{۲} + ۳ = \boxed{\frac{۹}{۲} = ۴/۵}$ ✓

② $-۲ + ۳ = \boxed{۱}$

۷ـ

$۲b = a + c$ حسابی

$(\frac{a}{۲})^۲ = (\frac{c}{۴})(b)$ = هندسی $\quad \frac{a^۲}{۴} = \frac{bc}{۴} \Rightarrow a^۲ = bc$

$r = \frac{\frac{a}{۲}}{\frac{c}{۴}} = \frac{۲a}{c} \quad ۲r = \frac{۴a}{c}$

$c = ۲b - a$

$a^۲ = b.c$

$a^۲ = b(۲b - a) \longrightarrow a^۲ = ۲b^۲ - ab$

$۲b^۲ - ab - a^۲ = ۰$

$۲b^۲ - ۲ab + ab - a^۲ = ۰$

$۲b(b - a) + a(b - a) = ۰$

$۲b(b - a) + a(b - a) = ۰$

$(۲b + a)(b - a) = ۰$

$b - a = ۰ \quad b = a$ ✗

$۲b + a = ۰$

$a = -۲b$

۷- ادامه

$c = 2b - a$

$c = 2b - (-2b) = 4b$

$\frac{a}{c} = \frac{-2b}{4b} = -\frac{1}{2}$ $r = \frac{2a}{c} = 2\times(-\frac{1}{2}) = -1$ ②

$2r = 2(-1) = \boxed{-2}$ ✓

۸-

$b^2 = ac$ هندسی

$2a - c = 3b - 2a$ حسابی

$2a - c = 3b - 2a$

$c = 2a + 2a - 3b$

$c = 4a - 3b$

$b^2 = ac$

$b^2 = a(4a - 3b)$

$b^2 = 4a^2 - 3ab$ ②

$4a^2 - 3ab - b^2 = 0$

$4a^2 - 4ab + ab - b^2 = 0$

$4a(a - b) + b(a - b) = 0$

$(4a + b)(a - b) = 0$

$a - b = 0$ $a = b$ ×

$4a + b = 0$

$b = -4a$

$r = \frac{b}{a} = \frac{-4a}{a} = -4$

$\frac{a_9}{a_6} = \frac{ar^8}{ar^5} = r^3 = (-4)^3 = \boxed{-64}$ ✓

۹-

$a_1 = a$ $a_n = a\cdot r^{n-1}$

$\frac{a_6}{(a_2)^3} = \frac{ar^5}{(ar)^3} \Rightarrow \frac{r^2}{a^2}$

$a_6 = ar^5$

$a_2 = ar$

$\frac{a_2}{(a)^2} = \frac{ar}{a^2} = \frac{r}{a}$

$\frac{r^2}{a^2} + \frac{r}{a} = 2$ $\frac{a^2}{a_2} = \frac{a}{r} \rightarrow x = \frac{a}{r}$ $\frac{r}{a} = \frac{1}{x}$

$\frac{r^2}{a^2} = \frac{1}{x^2} \rightarrow \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = 2$ $1 + x = 2x^2$

$2x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow 2x^2 - 2x + x - 1 = 0$

$2x(x - 1) + 1(x - 1) = 0$

ولادت حضرت امام محمد تقی علیه السلام «جوادالائمه» (۱۹۵ هـ.ق).بازگشت حضرت امام خمینی (رحمه الله علیه) به ایران (۱۳۵۷ هـ.ش) و آغاز دهه مبارک فجر انقلا

ـ۴

$a_n = an^۲ + bn + c$

$a_۵ = ۱۴$

$a_۷ = ۱۷٫۲$

$a = \frac{-۱}{۷۰} a_۵ = \frac{-۱۴}{۷۰} = -۰٫۲$

$\frac{a_{۱۵}}{a_۱} = ?$

$a_۵ = -۰٫۲(۵)^۲ + ۵b + c =$

$-۵ + ۵b + c = ۱۴$

$۵b + c = ۱۹$

②

$a_۷ = -۰٫۲(۷)^۲ + ۷b + c = ۱۷٫۲$

$-۹٫۸ + ۷b + c = ۱۷٫۲$

$۷b + c = ۲۷$

$$-\begin{cases} ۵b + c = ۱۹ \\ ۷b + c = ۲۷ \end{cases}$$

$۲b = ۸$

$\boxed{b = ۴}$

$۵(۴) + c = ۱۹$

$۲۰ + c = ۱۹$

$\boxed{c = -۱}$

$a_n = -۰٫۲n^۲ + ۴n - ۱$

$a_{۱۵} = -۰٫۲(۱۵)^۲ + ۴(۱۵) - ۱ = ۱۴$

$a_۱ = -۰٫۲(۱)^۲ + ۴(۱) - ۱ = ۲٫۸$

$\frac{a_{۱۵}}{a_۱} = \frac{۱۴}{۲٫۸} = \boxed{۵}$ ✓

ـ۵ حسابی: $a_n = a_۱ + (n-۱)d$

خطی: $b_n = bn + q$

②

$a_۴ = b_۲ \quad a_۸ = b_۷$

$b_{۱۰} = ۰$

$a_۴ = a + ۳d$

$a_۸ = a + ۷d$

$b_۲ = ۲n + q$

$b_۷ = ۷n + q$

$a_۴ = b_۲ \rightarrow a + ۳d = ۲n + q$

$a_۸ = b_۷ \rightarrow a + ۷d = ۷n + q$

$(a + ۷d) - (a + ۳d) = (۷n + q) - (۲n + q)$

$\Rightarrow ۴d = ۵n$

$n = \frac{۴}{۵}d$

$b_{۱۰} = ۱۰n + q = ۰ \quad q = -۱۰n$

$b_{۱۵} = ۱۵n + q \rightarrow ۱۵n - ۱۰n = ۵n$

$۵ \times \frac{۴}{۵}d = b_{۱۵} = \boxed{۴\cancel{d}}$

ارفاق

$(۲x+۱)(x-۱)=۰$ ادامه ۹۶:

۸ $x-۱=۰$ $\quad ۲x+۱=۰$ ②

$x=۱$ $\quad x=-\frac{۱}{۲}$

۹

$\frac{a^۲}{a_۲}=-۱$ $\quad ۱ ✓ \quad -\frac{۱}{۲}$

۱۰

با

۱۱ $a_۳=\sqrt{a_۴} \Rightarrow ar^۲ \sqrt{ar^۳}$

$a_۳=ar^۲$ $\quad (ar^۲)^۲=ar^۳$

۱۲ $a_۴=ar^۳$ $\quad a^۲r^۴=ar^۳ \quad \div ar^۳$

۱۳ $ar=۱$ ②

$a_۲=ar=۱$

$a=\frac{۱}{r} \Rightarrow r=\frac{۱}{a}$ $\quad a_۵=۲۷ \quad ar^۴=۲۷$

$ar=۱ \rightarrow r=\frac{۱}{a}$

$ar^۴=۲۷$

$a(r^۳\times r^۱)=۲۷$

$ar^۳(a)=۲۷$ $\quad ar^۴=ar^۳(r) \rightarrow ar(r^۳)=۲۷$

$ar=۱ \rightarrow ۱(r^۳)=۲۷$

$r^۳=۲۷$

$\boxed{r=۳}$

$ar=۱$

$a\times ۳=۱$

$۳a=۱$

$a=\frac{۱}{۳}$

$\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۶}=\frac{۳-۲}{۶}=\boxed{\frac{۱}{۶}}$ ✓

۳

$a_0, a_3, a_6, a_9 \to$ ضابطه‌ی اول (2^k)

$a_1, a_4, a_7 \to$ ضابطه‌ی دوم $(-2k+4)$

$a_2, a_5, a_8 \to$ ضابطه‌ی سوم $\left[\frac{n}{k+2}\right]+a$

$a_2=\left[\frac{2}{2}\right]+a$ $a_2=a+1$
$a_5=\left[\frac{5}{3}\right]+a$ $a_5=a+1$
$a_8=\left[\frac{8}{4}\right]+a$ $a_8=a+2$

$a_0=2^0$ $a_0=1$	$a_3=2^1$ $a_3=2$	$a_6=2^2$ $a_6=4$	$a_9=2^3$ $a_9=8$

$a_1=-2(0)+4$ $a_1=4$	$a_4=-2(1)+4$ $a_4=2$	$a_7=-2(2)+4$ $a_7=0$

$S_{10}=1+4+a_2+2+2+a_5+4+0+a_8+8=19$

$a_2+a_5+a_8=-2 \longrightarrow 3a+4=-2 \longrightarrow \boxed{a=-2}$

$a_n=\left[\frac{\overset{3k+2}{\cancel{n}}}{k+2}\right]+(-2)$

مجموع جملات $a_2+a_5+\dots$ از ضابطه‌ی سوم بدست می‌آید

$a_n=\left[\frac{\overset{2}{\leftarrow}\,2k+4+k-2}{k+2}\right]-2=\left[2+\frac{k-2}{k+2}\right]-2=\boxed{\left[\frac{k+2}{k-2}\right]}$

میاد بیرون

عبارت $\left[\frac{k+2}{k-2}\right]$ به ازای $k=0$ و $k=1$ برابر -1 است و به ازای سایر مقادیر k برابر 0 است پس داریم:

$S=a_2+a_5+a_8+\dots+a_{29}$

$S=(-1)+(-1)+0+\dots+0=\boxed{-2}$