آرشیدا درستکار

۱۸ آذر ۹۲

۱- $\{۱\}$ ، $\{۲,۳,۴\}$ ، $\{...\}$ ، ... ، ۶۵
(۱) (۲) (۳)

تعداد = ۱، ۳، ۵، ... $۲n-۱$ ⟵ ۲ تعداد در دسته ۹ام = $۲×۹-۱=۱۷$

$۸۱-\square+۱=۱۷$ ، ۸۱

$\square=۶۵$

$$\frac{۶۵+۸۱}{۲}=\frac{۱۴۶}{۲}=\boxed{۷۳}$$

---

۲- $\{۱,۲,۳\}$ ، $\{۴,۵,۶,۷,۸,۹,۱۰,۱۱,۱۲\}$ ، $\{۱۳,...,۳۶\}$ ، $\{۳۷,...,۱۱۱\}$
۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴

$\frac{۱۲+۴}{۲}=۸$

$\{۱۱۲,...,۳۳۶\}$

$$\frac{۳۳۶+۱۱۲}{۲}=\boxed{۲۲۴}$$

---

۳- ?

---

۴- ?

$an^2+bn+c$ ، $t_۵=۱۴$ ، $t_۷=\frac{۸۶}{۵}$ ⟸ $۲۵a+۵b+c=۱۴$ ، $۴۹a+۷b+c=\frac{۸۶}{۵}$

$۵b+c=۱۹$ ، $۷b+c=۷$ ⟸ $\boxed{b=۴}$ ، $\boxed{c=-۱}$

$a=\frac{۱}{۲۴}(t_۷-t_۵)=\frac{-۱۴}{۷۰}=-\frac{۱}{۵}$ ⟸ $-۵+۵b+c=۱۴$ ، $-\frac{۴۹}{۵}+۷b+c=\frac{۸۶}{۵}$

$t_n=-\frac{۱}{۵}n^2+۴n-۱$ ⟵ $t_۱=-\frac{۱}{۵}+۴-۱=\frac{-۱+۱۵}{۵}=\frac{۱۴}{۵}$

$t_{۱۵}=-\frac{۱}{۵}(۲۲۵)+۴(۱۵)-۱=-۴۵+۶۰-۱=۱۴$

---

$t_۴=t_۲$ ⟵ $a_۱+۳d=b_۱+d'$

$(a_۱+۷d)=(a_۱+۳d)=(b_۱+۷d')-(\frac{}{۵}$ [illegible]

$t_۸=t_۶$ ⟵ $a_۱+۷d=b_۱+۵d'$

$b_۱+۶۰)$

$a_۱+۳d=-۸۷$ ⟵ $a_۱+۳d=-\frac{۳۲}{۵}d$

$b_۱=-۹۷$

⟸ $a_۱=-\frac{۳۲}{۵}d+(-\frac{۱۵}{۵}d)=\frac{-۴۷}{۵}d$

$b_{۱۵}=b_۱+۱۴۷$ ⟵ $-۹۷+۱۴۷=۵۰$ ⟵ $b_{۱۵}=۴d$ ⟵ $\boxed{۴ برابر}$

۷-

$a_2 = a+d \quad a_3 = a+2d \quad a_6 = a+5d$

$(a+5d)^2 = 5(a+2d)a + 3(a+d)\times a$

$5a(a+2d) + 3a(a+d) = 5a^2+10ad + 3a^2+3ad$

$\Rightarrow 8a^2+13ad$

$(a+5d)^2 = 8a^2+13ad \to a^2+25d^2+10ad = 8a^2+13ad$

$a^2+25d^2+10ad-8a^2-13ad=0 \to 7a^2+3ad-25d^2=0$

$\hookrightarrow 7t^2+3t-25=0$

$\to \dfrac{-3\pm\sqrt{9+(700)}}{2\times7} = \dfrac{-3\pm\sqrt{709}}{14}$

$a_4 = a+3d \to \dfrac{a_4}{d} = \dfrac{a}{d}+3 = t+3$

$\dfrac{a_4}{d} = 3\ \dfrac{-3\pm\sqrt{709}}{14}$ $\quad 3+\left(\dfrac{-3-\sqrt{709}}{14}\right) = \dfrac{39-\sqrt{709}}{14}$

---

۸-

$a,b,c \Rightarrow b^2=ac \quad \dfrac{b}{a}=\dfrac{c}{b}=r \to b=ar$

$\hookrightarrow c=ar^2$

$c,2a,3b \Rightarrow 2a-c=3b-2a$

$2a-c=3b-2a \to 4a-c=3b$ $\quad 4a-ar^2=3ar$

$\to a\neq 0$

$\Rightarrow 4-r^2=3r \quad (r+4)(r-1)$

$4-r^2+3r=0$

$r \to -4$

$1 \ \times \leftarrow$ متمایز نمی‌شوند.

$\dfrac{a_9}{a_6} = r^3 = (-4)^3 = -64$

---

۹-

$\dfrac{a_6}{a_3}+\dfrac{a_3}{a_2}=2 \Rightarrow \left(\dfrac{ar^5}{ar^3}=\dfrac{r^2}{a^2}\right)+\left(\dfrac{a_3}{a_2}=\dfrac{ar}{a_2}=\dfrac{r}{a}\right)$

$\Rightarrow \dfrac{r^2}{a^2}+\dfrac{r}{a}=2 \quad t^2+t=2$

$t^2+t-2=0 \quad \nearrow t=1 \quad \hookrightarrow t=-2$

$\dfrac{a_2}{a_2} = \dfrac{a_3}{a_r} = \dfrac{a}{r} \xrightarrow{t=1} \boxed{1}$

$\hookrightarrow \boxed{-1}$

$t=-2$

$t_{۳} = ar^{۲}$ $\qquad ar^{۲} = \sqrt{ar^{۴}}$

$t_{۴} = ar^{۳}$ $\qquad (ar^{۲})^{۲} = ar^{۳} \rightarrow ar^{۴} = r^{۳}$ $\qquad$ ۱۰

$ar = ۱ \rightarrow r = \frac{۱}{a}$

$ar^{۴} = ۲۷ \rightarrow a \times \frac{۱}{a^{۴}} = ۲۷ = \frac{۱}{a^{۳}} = ۲۷ \rightarrow a = \frac{۱}{۳}$

$\frac{۱}{۲} - a = \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۳} = \boxed{\frac{۱}{۶}}$