آرشیدا درشکا ۱۴,۲۵

$\{1, 2, 3\}$ (۱) $\{4, 5, 6, \dots\}$ (۲) ... (۳) ... ۹۵ ۸۱ ۹۲

۱ـ $81 - \boxed{\ } + 1 = 17$ $\boxed{\ } = 95$ ۳

تعداد = ۱, ۳, ۵ $2n-1$ ← تعداد در دسته ۹ام $2 \times 9 - 1 = 17$

$$\frac{95 + 81}{2} = \frac{146}{2} = \boxed{73}$$

۲ـ $\{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}, \{13, \dots, \cancel{36}\ 39\}, \{\cancel{37}\ 40, \dots, \cancel{117}\ 120\}$

۱ ۸ $\frac{12+4}{2} = 8$ ۳ $13 \times 3 = 39$ ۴

۱,۵

$\{121, \dots, 336\}$ $\frac{336 + 112}{2} = \boxed{224}$

۳ـ

۰ سوال ۳ را صفر

۴ـ $an^2 + bn + c$ $t_5 = 14$ $t_7 = \frac{86}{5} \Rightarrow 25a + 5b + c = 14$, $49a + 7b + c = \frac{86}{5}$ $5b + c = 19$, $7b + c = 7$ $\boxed{b = -4}$ $\boxed{c = -1}$

$a = \frac{1}{70}(t_7 - t_5) = -\frac{14}{70} = -\frac{1}{5} \Rightarrow \begin{cases} -5 + 5b + c = 14 \\ -\frac{49}{5} + 7b + c = \frac{86}{5} \end{cases}$

$t_n = -\frac{1}{5}n^2 + 4n - 1 \to t_1 = -\frac{1}{5} + 4 - 1 = \frac{-1+15}{5} = \frac{14}{5}$

$-\frac{1}{5}(225) + 4(15) - 1 = -45 + 60 - 1 = 14$

۱,۵

۵ـ $t_4 = t'_2 \to a_1 + 3d = b_1 + d'$ $(a_1 + 7d) - (a_1 + 3d) = (b_1 + 5d') - (b_1 + d')$

$t_8 = t'_6 \to a_1 + 7d = b_1 + 5d'$

$b_1 = -97$

$a_1 + 3d = -87 \to a_1 + 3d = -\frac{32}{5}d$

$\Rightarrow a_1 = -\frac{32}{5}d + \left(-\frac{15}{5}d\right) = -\frac{47}{5}d$

$b_{15} = b_1 + 147 \to -97 + 147 = 50 \to b_{15} = 4d \to$ ۴ برابر

۲

۷-

(۱٫۲۵)

$a_2 = a+d \quad a_3 = a+2d \quad a_6 = a+5d$

$(a+5d)^2 = 5(a+2d)a + 3(a+d)\times a$

$5a(a+2d) + 3a(a+d) = 5a^2 + 10ad + 3a^2 + 3ad$

$\Rightarrow 8a^2 + 13ad$

$(a+5d)^2 = 8a^2 + 13ad \to a^2 + 25d^2 + 10ad = 8a^2 + 13ad$

$a^2 + 25d^2 + 10ad - 8a^2 - 13ad = 0 \to 7a^2 + 3ad - 25d^2 = 0$

$\to 7t^2 + 3t - 25 = 0$

$\to \frac{-3 \pm \sqrt{9+(700)}}{2\times 7} = \frac{-3 \pm \sqrt{709}}{14}$

$a_4 = a + 3d \to \frac{a_4}{d} = \frac{a}{d} + 3 = t + 3$

$\frac{a_4}{d} = 3 \; \frac{-3 \pm \sqrt{709}}{14}$ $\quad 3 + \left(\frac{-3 - \sqrt{709}}{14}\right) = \frac{39 - \sqrt{709}}{14}$

۸-

$a, b, c \Rightarrow b^2 = ac \quad \frac{b}{a} = \frac{c}{b} = r - b = ar$

$(c = ar^2$

$c, 2a, 3b \Rightarrow 2a - c = 3b - 2a$

$2a - c = 3b - 2a \to 4a - c = 3b$

$4a - ar^2 = 3ar$

$\to a \neq 0$ (۲)

$\Rightarrow 4 - r^2 = 3r \quad (r+4)(r-1)$

$4 - r^2 + 3r = 0$

$r = -4, \; 1$

$\times$ منفی نمی‌شوند.

$\frac{a_{12}}{a_9} = r^3 = (-4)^3 = -64$

۹-

$\frac{a_5}{a_3} + \frac{a_3}{a_2} = 2 \Rightarrow \left[\frac{ar^4}{ar^2} = \frac{r^2}{a^2}\right] + \left[\frac{a^2}{a^2} = \frac{ar}{a^2} = \frac{r}{a}\right]$

$\Rightarrow \frac{r^2}{a^2} + \frac{r}{a} = 2 \quad t^2 + t = 2$

$t^2 + t - 2 = 0 \to t = 1, \; t = -2$

(۲)

$\frac{a^2}{a_2} = \frac{a^3}{ar} = \frac{a}{r} \to t = 1 \; \boxed{1}, \; \boxed{-1}$

$t = -2$

۱۰

$t_۳ = ar^۲$ $\qquad ar^۲ = \sqrt{ar^۴}$

$t_۴ = ar^۳$ $\qquad (ar^۲)^۲ = ar^۴ \rightarrow ar^۴ = r^۳$

$ar = ۱ \rightarrow r = \frac{۱}{a}$

$ar^۴ = ۲۷ \rightarrow a \times \frac{۱}{a^۴} = ۲۷ = \frac{۱}{a^۳} = ۲۷ \rightarrow a = \frac{۱}{۳}$

۲

$\frac{۱}{۲} - a = \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۳} = \boxed{\frac{۱}{۶}}$ ✓

$\{1,2,3\}$, $\{4,5,6,\dots,12\}$, $\{13,14,\dots,39\}$, $\{40,41,\dots,120\}$

دسته پنجم $\rightarrow \{121, 122, \dots, 363\}$

میانگین جملات $\rightarrow \bar{x} = \dfrac{121+363}{2} = \dfrac{484}{2} = \boxed{242}$

★ جملات دسته پنجم دنباله ای حسابی با قدر نسبت 1 هستند پس میانگین با میانگین جمله اول و آخر برابری می‌کند!

۳

$a_0, a_3, a_6, a_9 \rightarrow$ ضابطه‌ی اول (2^k)

$a_1, a_4, a_7 \rightarrow$ ضابطه‌ی دوم $(-2k+4)$

$a_2, a_5, a_8 \rightarrow$ ضابطه‌ی سوم $\left[\dfrac{n}{k+2}\right]+a$

$a_2=\left[\frac{2}{2}\right]+a$ $a_2=a+1$
$a_5=\left[\frac{5}{3}\right]+a$ $a_5=a+1$
$a_8=\left[\frac{8}{4}\right]+a$ $a_8=a+2$

$a_0=2^0$ $a_0=1$	$a_3=2^1$ $a_3=2$	$a_6=2^2$ $a_6=4$	$a_9=2^3$ $a_9=8$

$a_1=-2(0)+4$ $a_1=4$	$a_4=-2(1)+4$ $a_4=2$	$a_7=-2(2)+4$ $a_7=0$

$S_{10} = 1+4+a_2+2+2+a_5+4+0+a_8+8 = 19$

$a_2+a_5+a_8=-2 \rightarrow 3a+4=-2 \rightarrow \boxed{a=-2}$

مجموع جملات $a_2+a_5+\dots$ از ضابطه‌ی سوم بدست می‌آید

$a_n = \left[\dfrac{\cancel{n}^{\,3k+2}}{k+2}\right]+(-2)$

$a_n = \left[\dfrac{2k+4+k-2}{k+2}\right]-2 = \left[2+\dfrac{k-2}{k+2}\right]-2 = \boxed{\left[\dfrac{k+2}{k-2}\right]}$

۲ میاد بیرون

عبارت $\left[\dfrac{k+2}{k-2}\right]$ به ازای $k=0$ و $k=1$ برابر -1 است و به ازای سایر مقادیر k برابر 0 است پس داریم:

$S = a_2+a_5+a_8+\dots+a_{29}$

$S = (-1)+(-1)+0+\dots+0 = \boxed{-2}$

$$t_n = an^2 + bn + c \rightarrow t_5 = 25a + 5b + c = 14$$
$$t_7 = 49a + 7b + c = 17{,}2$$

$\xrightarrow{\text{تفریق}}$ $12a + b = 1{,}6$

$$a = -\frac{1}{70}(-t_5) = \frac{1}{70}(-14) = -\frac{1}{5} \rightarrow 12\left(-\frac{1}{5}\right) + b = 1{,}6 \rightarrow b = 4$$

$a = -\frac{1}{5}$ ، $b = 4$

$$t_5 = -14 \rightarrow 25\left(-\frac{1}{5}\right) + 4(5) + c = 14 \rightarrow c = -1$$

$$t_{15} = 15^2\left(-\frac{1}{5}\right) + 15(4) - 1 = 14$$
$$t_1 = -\frac{1}{5}(1)^2 + 4(1) - 1 = 2{,}8 \rightarrow \frac{t_{15}}{t_1} = \frac{14}{2{,}8} = \boxed{5}$$

۶

$$6(a+d)^2 = 5a(a+2d) + 3a(a+d)$$
$$6a^2 + 6d^2 + 12ad = 8a^2 + 13ad$$
$$2a^2 + ad - 6d^2 = 0 \rightarrow a = \frac{\pm d + \sqrt{d^2 - 4(2)(-6d^2)}}{4} = \frac{-d \pm 7d}{4}$$

1: $a = -2d$

2: $a = \frac{3d}{2}$

$$1 \rightarrow \frac{a_4}{d} = \frac{-2d + 3d}{d} = 1 \checkmark$$

$$2 \rightarrow \frac{a_4}{d} = \frac{\frac{3d}{2} + 3d}{d} = \frac{\frac{9d}{2}}{d} = 4{,}5 \checkmark$$

۷

$$a, b, c \xrightarrow{\text{حسابی}} b = \frac{a+c}{2} \rightarrow a = 2b - c$$

$$b, \frac{a}{2}, \frac{c}{4} \xrightarrow{\text{هندسی}} \frac{a^2}{4} = \frac{bc}{4} \rightarrow a^2 = bc \rightarrow bc = (2b-c)^2$$

$$4b^2 + c^2 - 4bc = bc \rightarrow 4b^2 - 5bc + c^2 = 0 \quad (b-c)(4b-c) = 0$$

$b = c \rightarrow$ غ ق ق جملات متمایز!

$4b = c \rightarrow$ ق ق ✓ $\rightarrow \frac{a + 4b}{2} = b \rightarrow a = -2b$

دنباله $\rightarrow b, \frac{a}{2}, \frac{c}{4} \rightarrow b, -b, b \rightarrow q = -1$

$2q = -2$