کار در کلاس ریاضی سه دهم دفتر B — ۱۵٫۷۵ — مرتب تر بنویس لطفا!

(1

$a+aq+aq^2=21$

$a\times aq\times aq^2=64 \Rightarrow aq=4 \to a=\frac{4}{q}$

$a(1+q+q^2)=21$

$\frac{4}{q}(1+q+q^2)=21 \to 4+4q+4q^2=21q$

$4-17q+4q^2=0$

$(q-4)(q-\frac{1}{4})=0$ اتحاد جمله مشترک

$q=\frac{16}{4}=4$, $q=\frac{1}{4}$

$\boxed{q=\frac{1}{4}}$

در سوال گفته شده که q عددی حسابی نیست پس که قابل قبول است.

(2

x^2+2 ①, $2x$ ②, x^2+4 ③ ; $\frac{x^2+2}{8}, \frac{2x}{4}, \frac{x^2+4}{2}$ هندسی $\to b^2=ac$

$4x^2=x^4+4x^2-2x^2-8 \to x^4-8=2x^2$

$(2x)^2=(x^2+4)(x^2-2)$

$x^4-2x^2-8=0$

$(x^2-4)(x^2+2)=0$

$x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2$; $x^2=2 \Rightarrow x=\pm\sqrt{2}$

$x=2, \sqrt{2}$ ← (دنباله کسری است پس منفی قابل قبول نیست)

$x=\sqrt{2} \to 4, 2\sqrt{2}, 6$ (دنباله هندسی نیست) α

$x=2 \to 8, 4, 2 \to q=\frac{1}{2}$

$S_n=a_1\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right)$

$S_7=8\left(\frac{(\frac{1}{2})^7-1}{\frac{1}{2}-1}\right) \to 8\left(\frac{\frac{1}{128}-1}{-\frac{1}{2}}\right)=-\frac{127}{8} \simeq -15/875$

(3

دنباله هندسی $\to 1+q+q^2+q^3+q^4=\frac{121}{81} \longrightarrow a(1+q+q^2+q^3+q^4)=a\frac{121}{81}$

$S_5=?$ $\quad a_1=243$

$S_n=a_1\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right)$ $\to a_1+a_2+a_3+a_4+a_5$

$a_1+a_1q+a_1q^2+aq^3+aq^4=S_5$

$243\times\frac{121}{81}=\boxed{363=S_5}$

(4

$1, \underbrace{\quad}, 64$ — d را واسطه حسابی $d=\frac{b-a}{n+1}$

$A=$ جمع جملات

$d=10/5$

$1, \underbrace{\quad}, 64$ — q را واسطه هندسی $q^{n+1}=\frac{b}{a} \to q=\pm 2$

$B=$ جمع جملات

$B=1\times(+2)^3=+8$

$B=1\times(-2)^3=-8$

$A+B=?$

$A+B= 32/5-8=24/5$; $32/5+8=40/5$

$A=a+(n-1)d \to 1+(3)\times10/5=32/5$

5)

$a_2 - a_1 = a_1 + d - a_1 = d$

$-\frac{95}{4} - (-24) = \frac{1}{4} \rightarrow d = \frac{1}{4}$

$a_{101} = a_1 + 100d \rightarrow a_{101} = -24 + \frac{100}{4} = 25 - 24 = 1$

$a_8 = a_1 \times q^7 \rightarrow 1 = 128 \times q^7 \rightarrow q^7 = \frac{1}{128} \rightarrow q = \frac{1}{2}$

۰

---

6)

$a + 3d, a + 6d, a + 8d$

جمله ۳ هندسی ← واسطه حسابی دنباله هندسی $b^2 = ac$

$(a+6d)^2 = (a+3d)(a+8d) \rightarrow 2ad + 20d^2 = 0$

$2(ad + 10d^2) = 0$

$ad + 10d^2 = 0$

$d(a + 10d) = 0 \rightarrow d = 0$ ✗

$a + 10d = 0$

یا $10d = a \rightarrow d = \frac{a}{10}$

۲

---

7)

$a+d, a+3d, a+7d$ ★

$a = \frac{1}{4}$ هندسی

$a_{10} = ?$

$\hookrightarrow aq^9 = ?$

$(a+3d)^2 = (a+7d)(a+d) \rightarrow -2ad + 2d^2 = 0$

$2(-ad + d^2) = 0$

$-ad + d^2 = 0$

$-d(a - d) = 0$

→ $d = 0$ سوال گفته متمایز ← سوال یعنی دنباله است یعنی نباید باشد *

→ $a = d$

★ $d = a$

$a + a = 2a = \frac{1}{4}$

$a = \frac{1}{8}$

$\frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{8}\right)^9 = 2^{-2} \times 2^{-27} = 2^{-29}$

a_2, a_4, a_8

$2a \xrightarrow{\times 2} 4a \xrightarrow{\times 2} 8a \rightarrow q = 2 \rightarrow a_{10} = a_1 \times q^9 = \frac{1}{4} \times 2^9 = 128$ ✗

۱٫۵

---

8)

$3a_2, 2a_3, a_4$ → دنباله هندسی قدر نسبت ثابت ★

→ ۳ جمله متوالی حسابی

$3a_1q, 2aq^2, aq^3$

$d = \frac{b-a}{n+1} \rightarrow (n+1)d = b + a$

$2(2aq^2) = (3a_1q) + (aq^3)$

$q^3 - 4q^2 + 3q = 0 \rightarrow q(q^2 - 4q + 3) = 0$

$(q-3)(q-1)$

→ $q = 0$

→ $q = 1$ } ★ چون ثابت

→ $q = 3$ ✓

۲

۱

۹) $۲, \frac{۷}{۴}, ...$ —— $a+۳d, a+۷d, a+۱۲d \xrightarrow{+y} a+۳d+y, a+۷d+y, a+۱۲d+y$

$a_1 = ۲$, $d = -\frac{۱}{۴}$ → $a+۳d = ۲+(-\frac{۳}{۴}) = \frac{۵}{۴}$, $a+۷d = ۲+(-\frac{۷}{۴}) = \frac{۱}{۴}$, $a+۱۲d = ۲+(-۳) = -۱$ ★

$d_{\text{هندسی}} = ?$

هندسی ← $b^۲ = ac$

$(a+۷d+y)^۲ = (a+۳d+y)(a+۱۲d+y)$

★ → $(\frac{۱}{۴}+y)^۲ = (\frac{۵}{۴}+y)(-۱+y)$

$\frac{۱}{۸} + y^۲ + \frac{y}{۲} = y^۲ - y + \frac{۵}{۴}y - \frac{۵}{۴}$

$\frac{۱}{۸} + \frac{y}{۲} = -\frac{۵}{۴} + \frac{y}{۴}$ → $\frac{y}{۴} = -\frac{۱۱}{۸}$ → $y = -\frac{۱۱}{۲}$

$q^{n-m} = \frac{a_n}{a_m}$

$q = \frac{a+۳d+y}{a+۱۲d+y} = \frac{\frac{۵}{۴}-\frac{۱۱}{۲}}{\frac{۱}{۴}-\frac{۱۱}{۲}} = \frac{-\frac{۱۱}{۴}}{-\frac{۵}{۱}} = \boxed{\frac{۱۱}{۲۰} = q}$

---

۱۵) ★ هندسی (۱و۳)

$a_1 + a_1q^۳ + a_1q^۶ = ۷۳ \rightarrow a_1(۱+q^۳+q^۶) = ۷۳$

حسابی ① ②

$a_1 + a+d + a+۹d = ۷۳ \rightarrow ۳a_1 + ۱۰d = ۷۳$

$d = ?$

به دلیل مساوی نبودن d, q → نمی‌توانیم به دست بیاریم اگه مساوی قرار بدیم دو عبارت رو

$a_1q^۳ = a+d$, $a_1 = a_1$ → $d = a_1q^۳ - a$

چیس از یه راه دیگه

$d = a+۹d - a_1$ ★ به دردمون نمی‌خوره

$۹d = a_1q^۶ - a_1$, $d = a_1q^۳ - a_1$ ★ → $d = a_1(q^۳-۱)$

$a_1(q^۶-۱) = ۹d \rightarrow \frac{a_1(q^۶-۱)}{۹} = d$

$a_1(q^۳-۱) = d$

اینا رو مساوی قرار میدیم

$\frac{(q^۶-۱)}{۹} = (q^۳-۱)$

$q^۶ - ۱ = ۹q^۳ - ۹ \rightarrow q^۶ - ۹q^۳ + ۸ = ۰$

$(q^۳-۸)(q^۳-۱) = ۰$

$q^۳ = ۸, ۱ \rightarrow ±\sqrt{۸}, ±$

$a۴ - a۱ = b۲ - b۱ = d$

$a۷ - a۱ = b۱۰ - b۱ = ۹d$

$\frac{a(q^۳-۱)}{a(q^۶-۱)} = \frac{d}{۹d} \rightarrow q^۳+۱ = ۹ \rightarrow q = ۲$ ①

$a + aq^۳ + aq^۶ = a + ۸a + ۶۴a = ۷۳a \rightarrow a = ۱$

$a۴ - a۱ = d \rightarrow (۱ \times ۲^۳) - ۱ = ۷ \rightarrow d = ۷$

② $q = ۱ \rightarrow ۳a = ۷۳ \rightarrow a = \frac{۷۳}{۳}$

$d = \frac{۷۳}{۳} - \frac{۷۳}{۳} = ۰$

★ قدرنسبت دنباله حسابی صفر یا ۷ است

$a_2 - a_1 = d \rightarrow \frac{7}{4} - 2 = -\frac{1}{4} \rightarrow d = -\frac{1}{4}$

$a_n = 2 + (n-1) - \frac{1}{4} \rightarrow a_n = \frac{9-n}{4} \rightarrow a_n = -\frac{n}{4} + \frac{9}{4}$

$\begin{cases} a_4 = \frac{5}{4} & (n=4) \\ a_8 = \frac{1}{8} & (n=8) \\ a_{13} = -1 & (n=13) \end{cases}$

$$\left(\frac{5}{4} + x\right)(-1 + x) = \left(\frac{1}{4} + x\right)^2$$

$$-\frac{5}{4} + \frac{x}{4} + x^2 = x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}$$

$$\frac{x}{4} = -\frac{21}{16} \rightarrow x = -\frac{21}{4} = 5/25$$

جمله دنباله $\rightarrow (-4, -5, -6/25) \rightarrow q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{-5}{-4} = \frac{5}{4}$