نام و نام خانوادگی ...آرشیدا بداف پور... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۵... کلاس ...دهم B...

۱۸/۵

۱

۱/۷۵

$a + aq + aq^2 = 21$

$a \times aq \times aq^2 = 64 \to \sqrt[3]{a^3 q^3 = 64} = aq = 4 \to a = \frac{4}{q}$ ★

$a + aq + aq^2 \to a(1+q+q^2) \xrightarrow{★} \frac{4}{q}(1+q+q^2) = 21 \to 4(1+q+q^2) = 21q \to 4 + 4q + 4q^2 = 21q$

$4q^2 - 17q + 4 = 0 \to \Delta = \sqrt{225} = 15 \to q = \frac{17 \pm 15}{8}$ $\begin{cases} q = 4 \\ \boxed{q = \frac{1}{4}} \end{cases}$

× در صورت سوال گفته شده q عددی غیرصحیحی است

۲

۲

$x^2 - 2 \,,\, 2x \,,\, x^2 + 4$

$(2x)^2 = (x^2-2)(x^2+4) \to \cancel{4x^2} = x^4 + \cancel{4x^2} - 2x^2 - 8 \to x^4 - 2x^2 - 8 \xrightarrow{x^2 = y} y^2 - 2y - 8$

$\to (y+2)(y-4) < \begin{matrix} y = 4 \\ y = -2 \end{matrix} \to x^2 = 4 \to x = \pm 2 \to x = 2$ ★

$x^2 - 2 \,,\, 2x \,,\, x^2 + 4 \xrightarrow{x=2} 2, 4, 8 \to a_1 = 8 \,,\, q = \frac{1}{2} \to S_7 = 8\left(\frac{(\frac{1}{2})^7 - 1}{\frac{1}{2} - 1}\right) = \underline{\frac{127}{8}}$

۳

۲

$1 + q + q^2 + q^3 + q^4 = \frac{121}{81}$

$a_1 = 243$

$S_5 = ? \to \underbrace{a_1}_{243}(\underbrace{1 + q + q^2 + q^3 + q^4}_{\frac{121}{81}}) = \underline{363}$

۴

۱/۵

$d = \frac{64 - 1}{6} = \frac{63}{6} = 10.5 \to 1, 11.5, 22, 32.5, 43, 53.5, 64 \to a_{\text{وسط}} = 32.5 = A$

$q = \left(\frac{64}{1}\right)^{\frac{1}{6}} = 2 \to 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 \to a_{\text{وسط}} = 8 = B$

$A + B = 32.5 + 8 = \underline{40.5}$

$r^6 = 64 \to r = \pm 2$

$\text{if } r = -2 \to a_4 = 1 \times (-2)^3 = -8 \to -8 + 32.5 = 24.5$

۵

۲

$a_n : -24, -\frac{95}{4}, \dots$ —— $d = -\frac{95}{4} - (-24) = \frac{1}{4} \to a_{101} = -24 + (100)(\frac{1}{4}) = 1$ ★

$b_n : 128, a_2, \dots$ $\to a_{101} = b_8 \xrightarrow{★} b_8 = 1 \to b_8 = b_1 q^7 \to 1 = 128(q^7)$

$\to q^7 = \frac{1}{128} \to \underline{q = \frac{1}{2}}$

۶

$(a+6d)^2=(a+2d)(a+8d) \to \cancel{a^2}+12ad+36d^2=\cancel{a^2}+10ad+16d^2 \to 12ad+36d^2=10ad+16d^2$

$\to 2ad+20d^2=0 \to 2d(a+10d)=0$; $2d=0 \to \underbrace{d=0}$ → دنباله ثابت ; $a+10d=0 \to \underbrace{d=-\frac{a}{10} \bigstar = \frac{1}{2}}$

$\bigstar\ a_3=a+2\left(-\frac{a}{10}\right)=\frac{4a}{5}$

$a_7=a+6\left(-\frac{a}{10}\right)=\frac{2a}{5} \to q=\frac{a_7}{a_3}=\frac{\frac{2a}{5}}{\frac{4a}{5}}=\frac{1}{2}$

$a_8=a+8\left(-\frac{a}{10}\right)=\frac{a}{5}$

۲

۷

$(a+3d)^2=(a+d)(a+7d)=\cancel{a^2}+9d^2+6ad=\cancel{a^2}+\underbrace{7ad+ad}_{8ad}+7d^2 \to 2d^2-2ad=0$

$2d(d-2a)=0$; $d=0$ نمی‌تواند باشد چون دنباله ثابت نیست ; $d=2a$

$a=\frac{1}{4}$, $d=\frac{1}{2} \to a_{10}=\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^9=\underbrace{128}$

۲

۸

$2a_3=\frac{3a_2+a_4}{2} \to 2(aq^2)=\frac{3(aq)+aq^3}{2} \xrightarrow[\text{(طرفین تقسیم بر a)}]{\text{حذف a می‌کنیم چون دنباله ثابت نیست } a\neq 0} 2q^2=\frac{3q+q^3}{2}$

$\to 4q^2=3q+q^3 \to q^3-4q^2+3q=0 \to q(q^2-4q+3) \Rightarrow q(q-1)(q-3)=0$; $q=0$ ✗ ; $q=1$ ✗ ; $\underbrace{q=3}$ ✓

۲

۹

$2, \frac{7}{4}, \ldots$; $d=-\frac{1}{4}$

$a_n=2-(n-1)\frac{1}{4}$ $a_4=\frac{5}{4}$ $a_8=\frac{1}{4}$ $a_{13}=-1$

$\left(\frac{1}{4}+x\right)^2=\left(\frac{5}{4}+x\right)(-1+x)=\frac{1}{16}+\cancel{x^2}+\frac{1}{2}x=-\frac{5}{4}+\frac{5}{4}x-x+\cancel{x^2}$

$\frac{9}{2}x+\frac{1}{16}=\frac{1}{4}x-\frac{5}{4} \to \frac{1}{4}x=-\frac{21}{16} \to x=-\frac{21}{4}\bigstar$

$\bigstar\ \frac{5}{4}-\frac{21}{4}=\frac{-16}{4}=a_4$ جمله جدید ; $a_8 = \frac{1}{4}-\frac{21}{4}=\frac{-20}{4}=-5 \to q=\frac{-5}{-4}=\underbrace{\frac{5}{4}}$

۲

جملات ۳ جمله‌ی متوالی دنباله‌ی حسابی نیستند نمی‌توانی از واسطه حسابی استفاده کنی !

۱۰

$a_1+a_4+a_7=73$

$\frac{a+aq^6}{2}=aq^3 \xrightarrow[a\neq 0]{} q^3=\frac{1+q^6}{2} \to 2q^3=1+q^6 \to q^6+1-2q^3=0$

$\to (q^3-1)^2=0 \to \underbrace{q=1} \to a_1(1+q^3+q^6)=73 \to a_1=\frac{73}{3} \to \underbrace{\cancel{q}=0}$

$d=0$

۱٫۲۵

ادامه سوال ۱۰

$a_۴ - a_۱ = b_۲ - b_۱ = d$

$a_۷ - a_۱ = b_{۱۰} - b_۱ = ۹d$

$$\frac{a(q^۳ - ۱)}{a(q^۶ - ۱)} = \frac{d}{۹d} \rightarrow q^۳ + ۱ = ۹ \rightarrow q = ۲ \quad 1$$

$a + aq^۳ + aq^۶ = a + ۸a + ۶۴a = ۷۳a \longrightarrow a = 1$

$a_۴ - a_۱ = d \rightarrow (1 \times ۲^۳) - ۱ = ۷ \rightarrow d = ۷$