۱۴

سانا داودی — نهم دختر B — تکلیف ۱۴

۱)

$a_n = \frac{1}{2}, 1, 2, \dots$ ($\times 2$, $\times 2$)

الف) $a_{10} = ?$ → $\frac{1}{2}(q^9) = \frac{1}{2}(2^9) = 256$ (الف) ۲

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}} = ?$ → $\frac{\frac{1}{2}(2^{16})}{\frac{1}{2}(2^{12})} = 2^4 = 16$ (ب)

ج) واسطه هندسی a_{10} و a_4

$\sqrt{a_4 . a_{10}} = \sqrt{\frac{1}{2}(2^3) . \frac{1}{2}(2^9)}$ → $2^2 \times 2^8 = 2^{10} = 25$ → $2^5 = 32$ (ج)

د) عدد ۱۲۸ → $t_? = 128$ → جمله نهم (د)

$128 = \frac{1}{2}(2^{n-1})$

$\rightarrow 128 = 2^{-1} \times 2^n \times 2^{-1} = 2^n \times 2^{-2} = 128 \rightarrow \frac{2^n}{\underbrace{2^{+2}}_{4}} = 128 \rightarrow 2^n = \underbrace{4}_{2^2} \times \underbrace{128}_{2^7} = 2^n = 2^9 \Rightarrow n = 9$

---

۲) $a_8 = 96$ $a_5 = 12$ ①

$\frac{a_8}{a_5} = a_3 = \frac{96}{12} = 8 = aq^2$

$\frac{aq^7}{aq^4} = 8 \rightarrow q^3 = 8 \rightarrow q = 2$ $a_{10} = a_8 \times q^2 = 4 \times 96 = 384$

---

۳) $a_3 = aq^2 = 3$ (الف) ②

الف) $a_3 = ?$

$a \times aq \times aq^2 \times aq^3 \times aq^4 = 243$

ب) $a_1 \times a_5 = ?$

$(aq^2)^5 = a^5q^{10} = 243 \rightarrow aq^2 = \sqrt[5]{243} = 3$

$a^2q^4 = (aq^2)^2 = (3)^2 = 9$ (ب)

Kayson Group
www.kayson-ir.com

۴۴) $2^a, 4\sqrt{2}, 2^b$ متوالی — $\frac{a+b}{2} = ?$ ②

$2^a \times 2^b = 32 \rightarrow 2^{a+b} = 32 \rightarrow a+b=5 \rightarrow \frac{a+b}{2} = \frac{5}{2} = 2/5$

---

۴۵) ①

$a_3 = 1-x \quad a_7 = x \quad a_{11} = x+1$

$x = ?$

$\sqrt{(1+x)(1-x)} = x \rightarrow \sqrt{x^2-1} = x \rightarrow x^2-1 = x$

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ غیرق است چون q^4 منفی می‌شود

x

$1-x^2 = x^2 \rightarrow 2x^2 = 1 \rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

if $x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow q^4 = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}}{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}$ ✗

---

۴۶) ۱۷۵

$a_1 + a_4 = 28$

$a_2 + a_3 = 12$

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 40 \rightarrow S_4 = \frac{a(q^4-1)}{q-1} = 40 \rightarrow aq^4 - a = 40q - 40$

---

۴۷) ①

$a_1 + a_2 + a_3 = 13 \rightarrow a_1 + a_3 = 10$

$a_1 \times a_2 \times a_3 = 27 \rightarrow a^3q^3 = 27 \rightarrow aq = \sqrt[3]{27} = aq = 3$

$a_1 = \qquad a_2 = 3 \qquad a_3 =$

---

۴۸) ②

$2, 6, 18$ ($\times 3$, $\times 3$)

$S_{10} = \frac{2(3^{10}-1)}{2} = 3^{10} - 1 = 59048$

$P_{10} = (2 \times 3^9 \times 2)^5 \rightarrow (2^2 \times 3^9)^5 = 2^{10} \times 3^{45}$

---

۴۹) ۱۲۵

$a - \frac{a}{q}, aq - a, aq^2 - aq, aq^3 - aq^2, \dots = ?$

اولیه $= a, aq^2, aq^3, aq^4, \dots$

$a, aq, aq^2, aq^3, aq^4, \dots aq^{n-2}, aq^{n-1}$

$aq - a \rightarrow a(q-1)$

$aq^2 - aq \rightarrow aq(q-1)$

$aq^3 - aq^2 \rightarrow aq^2(q-1)$

$aq^4 - aq^3 \rightarrow aq^3(q-1)$

$aq^{n-1} - aq^{n-2} \rightarrow aq^{n-2}(q-1)$

مشاهده می‌شود $a(q-1)$ ثابت است و دنباله در q ضرب می‌شوند

پس قدرنسبت q است

(۱۵

الف)

$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad \cdots \quad a_n$

$a+(a+d)+(a+2d)+(a+3d)+\cdots+(a+(n-1)d)$

$na+d(1+2+3+4+\cdots+n-1) \rightarrow na+d\frac{(n-1)n}{2}=\frac{n}{2}(2a+(n-1)d)$

ب)

$S=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$

$S=a+aq+aq^2+\cdots+aq^{n-1}$

$Sq=aq+aq^2+\cdots+aq^{n-1}+aq^n$

$S-Sq=a-aq^n \longrightarrow S(1-q)=a(1-q^n)$

$\Longrightarrow S=\frac{a(1-q^n)}{1-q}$

سوال ۶

$$\begin{cases} a+aq^3=28 \\ aq+aq^2=12 \end{cases} \rightarrow \frac{a(1+q^3)}{aq(1+q)} = \frac{(q^2-q+1)}{q} = \frac{7}{3}$$

$$3q^2-3q+3=7q \rightarrow 3q^2-10q+3=0 \xrightarrow{\text{ریشه}} q^2-10q+9=0$$

$$q=\frac{9}{3} \quad \text{یا} \quad q=\frac{1}{3}$$

$q=3 \rightarrow a(1+27)=28 \rightarrow a=1 \rightarrow 1, 3, 9, 27$

$q=\frac{1}{3} \rightarrow \frac{a}{3}+\frac{a}{9}=12 \rightarrow \frac{4a}{9}=12 \rightarrow a=27$

$1, 3, 9, 27 \rightarrow$ ماکزیمم $\rightarrow$ 27

سوال ۷

$$\begin{cases} a_1=\frac{a}{q} \\ a_2=a \\ a_3=aq \end{cases} \quad \frac{a}{q} \times a \times aq = 27 \rightarrow a^3=27 \rightarrow a=3$$

$$\text{if } a=3 \rightarrow \frac{3}{q}+3+3q=13 \rightarrow 3q^2-10q+3=0$$

$$\Delta \rightarrow \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{6} = \frac{10 \pm 8}{6} \quad \begin{matrix} \nearrow 3 \\ \searrow \frac{1}{3} \end{matrix}$$

$q=3 \rightarrow$ دنباله $= 1, 3, 9$

$q=\frac{1}{3} \rightarrow$ دنباله $= 9, 3, 1$