نیکا تابش — ۱۹٫۷۵ عالیه !! — دهم دفتر B

۱-

$\frac{1}{2}, 1, 2, \ldots \Rightarrow a_n = \frac{1}{2}(2)^{n-1}$ (×۲ ، ×۲)

الف) $a_{10} = \frac{1}{2}(2)^{10-1} = \frac{1}{2} \times 512 = 256$ ✓ (۲)

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}} = \frac{\frac{1}{2}(2)^{17-1}}{\frac{1}{2}(2)^{13-1}} = \frac{2^{16}}{2^{12}} = 2^4 = 16$

ج) $\left(\frac{1}{2}(2)^{4-1}\right)\left(\frac{1}{2}(2)^{10-1}\right) = 2^2 \times 2^8 = 2^{10} = b^2 \Rightarrow b = \pm 2^5$ ✓ اما با توجه به متن سوال چون دنباله صعودی است ۳۲- قابل قبول است

د) $128 = \frac{1}{2}(2)^{n-1} \Rightarrow 2^7 = (2)^{n-1} \Rightarrow 2^8 = 2^{n-1} \Rightarrow 8 = n-1 \Rightarrow n = 9$

۲- (۲)

$q^{8-5} = \frac{96}{12} \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2 \Rightarrow a_{10} = a_8 \times q^2 = 96 \times 2^2 = 384$

۳-

الف) $\frac{a_3}{q^2}, \frac{a_3}{q}, a_3, a_3 q, a_3 q^2 \Rightarrow \frac{a_3}{q^2} \times \frac{a_3}{q} \times a_3 \times a_3 q \times a_3 q^2 = 243 \Rightarrow a_3^5 = 243 \Rightarrow a_3 = 3$

ب) $\frac{a_3}{q^2} \times a_3 q^2 = a_3^2 = 3^2 = 9$ ✓ (۲)

۴-

$2^a \times 2^b = (4\sqrt{2})^2 \Rightarrow 2^{a+b} = 2^5 \Rightarrow a+b = 5 \Rightarrow \frac{5}{2} = 2.5$ ✓

۵- (۱٫۲۵)

$\left.\begin{array}{l} \frac{a_7}{a_3} = q^4 = \frac{x}{1-x} \\ \frac{a_{11}}{a_7} = q^4 = \frac{x+1}{x} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{x}{1-x} = \frac{x+1}{x} \Rightarrow x^2 = (1-x)(1+x) \Rightarrow x^2 = 1-x^2 \Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$

به ازای $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ حاصل $\frac{a_{11}}{a_7} = q^4$ عددی منفی می‌شود

در صورتی که $q^4$ قطعا نامنفی است پس $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ غیر کابل قبول است

۶-

$a_1 + a_1 q^3 = 28 \Rightarrow a_1(1+q^3) = 28$ ، $a_1 q + a_1 q^2 = 12 \Rightarrow a_1 q(1+q) = 12$

$\frac{a_1(1+q^3)}{a_1 q(1+q)} = \frac{28}{12} \Rightarrow \frac{(1+q)(1^2-q+q^2)}{q(1+q)} = \frac{7}{3} \Rightarrow$

$3 - 3q + 3q^2 = 7q \Rightarrow 3q^2 - 10q + 3 = 0 \Rightarrow q = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4(3)(3)}}{2(3)} = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{6} = \frac{10 \pm 8}{6} \Rightarrow$

① $q = 3 \Rightarrow 1, 3, 9, \ldots$ (بزرگترین ۲۷)

② $q = \frac{1}{3} \Rightarrow 9, 3, 1, \ldots$ (بزرگترین ۲۷)

۷-

$a_1 \times a_1 q \times a_1 q^2 = 27 \Rightarrow a_1^3 q^3 = 27 \Rightarrow a_1 q = 3 \Rightarrow a_1 = \frac{3}{q}$

$a_1 + a_1 q + a_1 q^2 = 13 \Rightarrow \frac{3}{q} + 3 + 3q = 13 \Rightarrow \frac{3}{q} + 3q = 10 \Rightarrow 3q^2 - 10q + 3 = 0$

$q = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2(3)} \Rightarrow$ ① $q = 3 \Rightarrow 1, 3, 9, \ldots$ ✓

② $q = \frac{1}{3} \Rightarrow 9, 3, 1, \ldots$

۸- (۲)

الف) $q = \frac{18}{6} = 3 \Rightarrow S_{10} = \frac{4(3^{10}-1)}{3-1} = 3^{10} - 1 = 59049$

ب) $P_{10} = (2 \times (2 \times 3^9))^{\frac{10}{2}} = (2^2 \times 3^9)^5 = 2^{10} \times 3^{45}$

۹- $a_1, a_1q, a_1q^2, a_1q^3, \ldots \Rightarrow a_1q-a_1, a_1q^2-a_1q, a_1q^3-a_1q^2 \Rightarrow a_1(q-1), a_1q(q-1), a_1q^2(q-1), \ldots$

$\times q$ , $\times q$ ← قدر نسبت : $q$

۲

۱۰- $S_n = \frac{n(n-1)}{2}$ = مجموع تعداد $d$ها

الف) $a_1 + a_1+d + a_1+2d + a_1+3d + \ldots + a_1+(n-1)d \xrightarrow{\text{۲}} \Rightarrow na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d \Rightarrow \frac{n}{2}(2a_1+(n-1)d)$

ب) $S_n = a_1 + a_1q + a_1q^2 + a_1q^3 + \ldots + a_1q^{n-1} \xrightarrow{\times q} qS_n = aq + aq^2 + aq^3 + aq^4 \ldots aq^n \Rightarrow qS_n - S_n \Rightarrow$

$(q-1)S_n = aq^n - a = a(q^n-1) \Rightarrow S_n = \frac{a(q^n-1)}{q-1}$

★ اگر $q \neq 1$ باشد

در غیر این صورت دنباله ثابت می باشد

۲