(عارفه بیشه —
دهم دختران)

۱۳

۱) الف) ← $2^{-1}, 2^0, 2^1 \longrightarrow t_n = 2^{n-1} \to t_{10} = 2^9$

ب) ← $\frac{a_7}{a_{13}} \to \frac{2^{15}}{2^{11}} = 2^4$

ج) ← ۲ ← $b^2 = ac \to 2^2 \times 2^8 = 2^{10} \to b = 2^5$

پاسخ نامه را مطالعه کن!

د) ← $t_n = 128 \to n = ? \longrightarrow 2^{n-2} = 2^7 \to n - 2 = 7 \to n = 9$

---

۲) $t_5 = 12$, $t_8 = 96$, $t_{10} = ?$ ۱٫۵

$t_n = t_1 q^{n-1}$

$\hookrightarrow t_5 = t_1 q^4 = 12$, $t_8 = t_1 q^7 = 96 \Big\} \to q^3 = 2^3 \to q = 2$

$\to t_1 (2)^4 = 12 \to t_1 = \frac{3}{4}$

$t_{10} = \frac{3}{4}(2)^9 = 3 \times 2^7$

$a_{10} = a_8 \times q^2 = 96 \times 4 = 384$

۲

۳) $243 = a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 \leftarrow$

$a_1 \times a_5 = a_3 \times a_3$

$a_2 \times a_4 = a_3 \times a_3$

$\hookrightarrow a_3^5 = 243 \to a_3 = \sqrt[5]{243}$

الف) ← $\sqrt[5]{243} = 3$

ب) ← $a_1 \times a_5 = a_3^2 \leftarrow (\sqrt[5]{243})^2 \hookrightarrow 243^{2/5} = 9$

---

۴) ۱٫۵

$t_1 + t_1 q + t_1 q^2 = 13$

$\cancel{t_1(1+q+q^2) = 13}$

$\frac{3}{q}(1+q+q^2) = 13$

$\frac{(1+q+q^2)}{q} = \frac{13}{3}$

$\hookrightarrow q = 3 \longrightarrow t_1 = 1$

$1 + 3 + t_3 = 13 \to t_3 = 9$

$3q^2 - 10q + 3 = 0 \to \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{6} \to \frac{18}{6} = 3$, $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$\underbrace{t_1 \times t_1 q \times t_1 q^2}= 27$

$t_1^3 \times q^3 = 27 = 3^3 \to (t_1 \times q)^3 = 3^3 \hookrightarrow t_2 = 3$

$t_1^3 = \frac{27}{q^3} \hookrightarrow t_1 = \frac{3}{q}$

$q = 3 \to 1, 3, 9$

$q = \frac{1}{3} \to 9, 3, 1$

---

۵) $a_n = 2, 6, 18, \ldots$ — $a = 2$ $q = 3$

$S_n = a\left(\frac{q^n - 1}{q - 1}\right)$

الف) $S_{10} = 2\left(\frac{3^{10}-1}{3-1}\right) \to 3^{10} - 1$ ۲

$P_n = \sqrt{(a_1 \times a_n)^n}$

$a_{10} = 2(3)^9$

ب) $P_{10} = \sqrt{(2^2 \times 3^9)^{10}} \to (2^2 \times 3^9)^5 = 2^{10} \times 3^{45}$

۹)

$t_1 ، t_1q ، t_1q^2 ،$ ———

$\hookrightarrow t_1q - t_1 = t_1(q-1)$

$t_1q^2 - t_1q = t_1q(q-1)$

$\rightarrow t_1(q-1) \xrightarrow{\times q} t_1q(q-1) \xrightarrow{\times q} t_1q^2(q-1), \ldots$

۲

* دنباله هندسی است.
* هر جمله بر حسب q جمله اول به دست می‌آید

---

۱۰) ب)

$S_n = a_1 + a_1q + a_1q^2 + \ldots + a_1q^{n-1}$) $\times q$

$S_nq = a_1q + a_1q^2 + a_1q^3 + \ldots + a_1q^n$

تفریق

$S_n - S_nq = a_1 - a_1q^n$

فاکتورگیری

$S_n(1-q) = a_1(1-q^n)$

$\hookrightarrow S_n = a_1\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right)$

۲

الف)

$S_n = t_1 + (t_1+d) + (t_1+2d) + \ldots + (\underbrace{t_1+(n-1)d}_{t_n})$

برعکس

$= (\underbrace{a_1+(n-1)d}_{t_n}) + (t_n-d) + (t_n-2d) + \ldots + (t_1+d) + t_1$

جمع

$2S_n = (t_1+t_n) + (t_1+t_n) + (t_1+t_n) + \ldots + (t_1+t_n)$

$2S_n = n(t_1+t_n) \rightarrow S_n = \frac{n(t_1+t_n)}{2} \rightarrow \frac{n}{2}(t_1 + \underbrace{t_1+(n-1)d}_{2t_1+(n-1)d})$

$S_n = \frac{n}{2}(2t_1+(n-1)d)$

سوال ۶

$$a + aq^3 = 28, \quad aq + aq^2 = 12 \rightarrow \frac{\cancel{a}(\cancel{1+q^3})}{\cancel{a}q(\cancel{1+q})} = \frac{(q^2 - q + 1)}{q} = \frac{7}{3}$$

$$3q^2 - 3q + 3 = 7q \rightarrow 3q^2 - 10q + 3 = 0 \xrightarrow{\text{ردیس}} q^2 - 10q + 9 = 0$$

$q = \frac{9}{3}$ یا $q = \frac{1}{3}$

$$q = 3 \rightarrow a(1+27) = 28 \rightarrow a = 1 \rightarrow 1, 3, 9, 27$$

$$q = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{a}{3} + \frac{a}{9} = 12 \rightarrow \frac{4a}{9} = 12 \rightarrow a = 27$$

$27, 9, 3, 1 \rightarrow$ max جمله $\rightarrow 27$

سوال ۵

$$(1-x)(1+x) = (x)^2 \rightarrow 1 - x^2 = x^2 \rightarrow 2x^2 = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{2} \rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

به ازای $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ حاصل $\frac{a_{11}}{a_7} = q^4$ عددی منفی می‌شود

درصورتی که q^4 قطعا نامنفی است پس $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ غیر قابل قبول است

سوال ۴

$$2^a \times 2^b = (4\sqrt{2})^2 \rightarrow 2^{a+b} = 32 \rightarrow a + b = 5$$

$$\frac{a+b}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$