دبیرستان شیخ زادگان   دهم B

---

۱) الف) $a_n = \frac{۱}{۲}, ۱, ۲, \dots \quad a_n = \frac{۱}{۲} \times ۲^{n-۱} \qquad a_{۱۰} = \frac{۱}{۲} \times ۲^۹ = ۲^۸ = ۲۵۶$

ب) $\frac{a_{۱۷}}{a_{۱۳}} = \frac{ar^{۱۶}}{ar^{۱۲}} = r^۴ = ۲^۴ = ۱۶$

ج) $b^۲ = ac \to a_۴ \cdot a_{۱۰} = ar^۳ \cdot ar^۹ = ۴ \times ۲۵۶ = ۱۰۲۴ \rightsquigarrow \sqrt{۱۰۲۴} = ۳۲$

د) $\frac{۱}{۲} \times ۲^{n-۱} = ۱۲۸ \to \frac{۱}{۲} \times ۲^{n-۱} = \frac{۱}{۲} \times ۲^۸ \rightsquigarrow n-۱=۸ \quad n=۹$

---

۲) $\frac{ar^۷}{ar^۴} = \frac{۹۶}{۱۲} \to r^۳ = ۸ \quad r = ۲ \Rightarrow a \times ۱۶ = ۱۲ \qquad a = \frac{۱۲}{۱۶} = \frac{۳}{۴}$

$a_n = \frac{۳}{۴} \times ۲^{n-۱} \to \frac{۳}{۴} \times ۲^۹ = ۳ \times ۲^۷ = ۳ \times ۱۲۸ = ۳۸۴$

---

۳) الف) $a_۱ \cdot a_۲ \cdot a_۳ \cdot a_۴ \cdot a_۵ = ۲۴۳ \to (\text{وسط})^n \to a_۳^۵ = ۳^۵ \to a_۳ = ۳$

ب) $a_۱ \cdot a_۵ \Rightarrow (a_۳)^۲ = ۹$

---

۴) $(۴\sqrt{۲})^۲ = ۲^a \cdot ۲^b \to ۲^۵ = ۲^{a+b} \to a+b = ۵ \qquad \text{واسطه} = \frac{a+b}{۲} = \frac{۵}{۲} = ۲/۵$

---

۵) $a_۳ = ۱-x \qquad a_۷ = x \qquad a_{۱۱} = x+۱$

$x^۲ = (۱-x)(x+۱) \to x^۲ = x+۱-x^۲-x \to ۲x^۲ = ۱ \to x^۲ = \frac{۱}{۲} \to x = \pm\frac{۱}{\sqrt{۲}} = \pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

---

۶) $a_۱ + a_۴ = ۲۸ \to a + ar^۳ = ۲۸ \to a(۱+r^۳) = ۲۸$

$a_۲ + a_۳ = ۱۲ \to ar(۱+r) = ۱۲ \Rightarrow \frac{a(۱+r^۳)}{ar(۱+r)} = \frac{۲۸}{۱۲} = \frac{۷}{۳}$

$\frac{\cancel{(۱+r)}(۱+r-r^۲)}{r\cancel{(۱+r)}} = \frac{۱-r+r^۲}{r} = \frac{۷}{۳} \qquad ۷r = ۳-۳r+۳r^۲ \to ۳r^۲-۱۰r+۳=۰$

روش کلی: $r^۲-۱۰r+۹=۰ \quad (r-۹)(r-۱)$ $r = \frac{۹}{۳} = ۳$ ، $r = \frac{۱}{۳}$

$a=۱ \quad r=۳ \qquad a_۴ = ۱ \times ۳^۳ = ۲۷$ بزرگترین

$r = \frac{۱}{۳} \quad a = ۲۷ \to a = ۲۷$ بزرگترین

۷)

$\frac{x}{r} + x + xr = ۱۳ \rightarrow \frac{۳ + ۳r^۲}{r} = ۱۰ \rightarrow ۳r^۲ + ۳ = ۱۰r \rightarrow ۳r^۲ - ۱۰r + ۳ = ۰$

$\frac{x}{r} , x , xr = ۲۷ \rightarrow x^۳ = ۲۷ \rightarrow x = ۳$

$* \rightarrow ۳r^۲ - ۱۰r + ۳ = ۰ \xrightarrow{(\text{روش})} r^۲ - ۱۰r + ۹ = ۰ \quad (r-۹)(r-۱) \rightrightarrows \begin{matrix} r = ۳ \\ r = \frac{۱}{۳} \end{matrix}$

$r = ۳$ آس → $۱ , ۳ , ۹$ $r = \frac{۱}{۳}$ آس → $۹ , ۳ , \frac{۱}{۳}$

---

۸) الف)

$a_n = ۲ , ۶ , ۱۸ \rightarrow a_n = ۲ \times ۳^{n-۱}$

$S_n = a\left(\frac{r^n - ۱}{r - ۱}\right) \rightarrow S_{۱۰} = ۲\left(\frac{۳^{۱۰} - ۱}{۲}\right) = ۱۷۷۱۴۶$

ب)

$\rightarrow (\text{جمله وسط})^n = (a_۵)^{۱۰} \rightarrow a_۵ = ۲ \times ۳^۴ = ۲ \times ۸۱ = ۱۶۲ \rightarrow ۱۶۲^{۱۰}$

---

۴)

مثال عددی : ۵، ۱۰، ۲۰، ۴۰، ۸۰ ... → ۵، ۱۰، ۲۰، ... همان می‌شد

$a , ar , ar^۲ , ar^۳ \ldots \rightarrow ar - a , ar^۲ - ar , ar^۳ - ar^۲$

$a(r-۱) \xrightarrow{\times r} ar(r-۱) \xrightarrow{\times r} ar^۲(r-۱)$

قدرنسبت ثابت است

---

۵) الف)

$a_۱ , a_۲ , a_۳ , a_۴ , a_۵ \ldots a_n$

$a + (a + d) + (a + ۲d) + (a + ۳d) + \cdots + (a + (n-۱)d)$

$na + d\,(۱ + ۲ + ۳ + \cdots + (n-۱)) \rightarrow na + d\,\frac{(n-۱)n}{۲} = \frac{n}{۲}\,(۲a + (n-۱)d)$

ب)

$S = a_۱ + a_۲ + a_۳ + \cdots + a_n$

$S = a + ar + ar^۲ \ldots + ar^{n-۱}$

$rS = ar + ar^۲ + ar^۳ \ldots + ar^{n-۱} + ar^n$

$S - Sr = a - ar^n \rightarrow S(۱ - r) = a(۱ - r^n) \rightarrow S = \frac{a(۱ - r^n)}{۱ - r}$ ✓