نیره سادات شفیع زادگان   دهم B   ۱۹٫۵ عالیه !!

---

۱) الف) $a_n = \frac{۱}{۲}, ۱, ۲, \dots \quad a_n = \frac{۱}{۲} \times ۲^{n-۱} \qquad a_{۱۰} = \frac{۱}{۲} \times ۲^{۹} = ۲^{۸} = ۲۵۶$

ب) $\frac{a_{۱۷}}{a_{۱۳}} = \frac{ar^{۱۶}}{ar^{۱۲}} = r^{۴} = ۲^{۴} = ۱۶$

ج) $b^{۲} = ac \rightarrow a_{۴} \cdot a_{۱۰} = ar^{۳} \cdot ar^{۹} = ۴ \times ۲۵۶ = ۱۰۲۴ \rightsquigarrow \sqrt{۱۰۲۴} = ۳۲$

د) $\frac{۱}{۲} \times ۲^{n-۱} = ۱۲۸ \rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۲^{n-۱} = \frac{۱}{۲} \times ۲^{۸} \rightsquigarrow n-۱ = ۸ \quad n = ۹$

۲

---

۲) $\frac{ar^{۷}}{ar^{۴}} = \frac{۹۶}{۱۲} \rightarrow r^{۳} = ۸ \quad r = ۲ \Rightarrow a \times ۱۶ = ۱۲ \qquad a = \frac{۱۲}{۱۶} = \frac{۳}{۴}$

$a_n = \frac{۳}{۴} \times ۲^{n-۱} \rightarrow \frac{۳}{۴} \times ۲^{۹} = ۳ \times ۲^{۷} = ۳ \times ۱۲۸ = ۳۸۴$

۲

---

۳) الف) $a_۱ \cdot a_۲ \cdot a_۳ \cdot a_۴ \cdot a_۵ = ۲۴۳ \rightarrow (\text{واسطه})^{n} \rightarrow a_۳^{۵} = ۳^{۵} \rightarrow a_۳ = ۳$

ب) $a_۱ \cdot a_۵ \Rightarrow (a_۳)^{۲} = ۹$

۲

---

۴) $(۴\sqrt{۲})^{۲} = ۲^{a} \cdot ۲^{b} \rightarrow ۲^{۵} = ۲^{a+b} \rightarrow a+b = ۵ \qquad \text{واسطه} = \frac{a+b}{۲} = \frac{۵}{۲} = ۲٫۵$

۲

---

۵) $a_۳ = ۱ - x \qquad a_۷ = x \qquad a_{۱۱} = x + ۱$

$x^{۲} = (۱-x)(x+۱) \rightarrow x^{۲} = x + ۱ - x^{۲} - x \rightarrow ۲x^{۲} = ۱ \rightarrow x^{۲} = \frac{۱}{۲} \rightarrow x = \pm \frac{۱}{\sqrt{۲}} = \pm \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۱٫۷۵

به ازای $x = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ حاصل $\frac{a_{۱۱}}{a_{۷}} = q^{۴}$ عددی منفی می‌شود

درصورتی که $q^{۴}$ قطعا نامنفی است پس $x = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ غیرقابل قبول است

---

۶) $a_۱ + a_۴ = ۲۸ \rightarrow a + ar^{۳} = ۲۸ \rightarrow a(۱ + r^{۳}) = ۲۸$

$a_۲ + a_۳ = ۱۲ \rightarrow ar(۱ + r) = ۱۲ \Rightarrow \frac{a(۱ + r^{۳})}{ar(۱ + r)} = \frac{۲۸}{۱۲} = \frac{۷}{۳}$

۲

$\frac{\cancel{(۱+r)}(۱ + r - r^{۲})}{r\cancel{(۱+r)}} = \frac{۱ - r + r^{۲}}{r} = \frac{۷}{۳} \qquad ۷r = ۳ - ۳r + ۳r^{۲} \rightarrow ۳r^{۲} - ۱۰r + ۳ = ۰$

روش ازدی ؛ $r^{۲} - ۱۰r + ۹ = ۰ \quad (r-۹)(r-۱)$ ↳ $r = \frac{۹}{۳} = ۳$ ↳ $r = \frac{۱}{۳}$

$a = ۱ \quad r = ۳ \qquad a_{۴} = ۱ \times ۳^{۳} = ۲۷$ ← بزرگترین

$r = \frac{۱}{۳} \quad a = ۲۷ \rightarrow a = ۲۷$ ← بزرگترین

(۷

$\frac{x}{r} + x + xr = ۱۳ \to \frac{۳ + ۳r^۲}{r} = ۱۰ \to ۳r^۲ + ۳ = ۱۰r \to ۳r^۲ - ۱۰r + ۳ = ۰$

$\frac{x}{r} , x , xr = ۲۷ \to x^۳ = ۲۷ \to x = ۳$

$* \to ۳r^۲ - ۱۰r + ۳ = ۰ \xrightarrow{\text{[illegible]}} r^۲ - ۱۰r + ۹ = ۰ \quad (r-۹)(r-۱) \to r = ۳ , \; r = \frac{۱}{۳}$

۲

$r = ۳$ [illegible] $\to ۱ , ۳ , ۹$ $\qquad r = \frac{۱}{۳}$ [illegible] $\to ۹ , ۳ , \frac{۱}{۳}$

(۸ الف)

$a_n = ۲ , ۶ , ۱۸ \to a_n = ۲ \times ۳^{n-۱}$

$S_n = a\left(\frac{r^n - ۱}{r - ۱}\right) \to S_{۱۰} = ۲\left(\frac{۳^{۱۰} - ۱}{۲}\right) = ۱۷۷۱۴۶$

۱٫۷۵

ب)

تعداد جمله‌ها زوج است! $\to (a_۱ \times a_{۱۰})^۵ = (a_۱^۲ \times q^۹)^۵ = (۲^۲ \times ۳^۹)^۵ = ۲^{۱۰} \times ۳^{۴۵}$

$\to (\text{جمله وسط})^n = (a_۵)^{۱۰} \to a_۵ = ۲ \times ۳^۴ = ۲ \times ۸۱ = ۱۶۲ \to ۱۶۲^{۱۰}$

(۴

مثال عددی: $۵ , ۱۰ , ۲۰ , ۴۰ , ۸۰ \ldots \to ۵ , ۱۰ , ۲۰ , \ldots$ همان می‌شد

$a , ar , ar^۲ , ar^۳ \ldots \to ar - a , ar^۲ - ar , ar^۳ - ar^۲$

$a(r-۱) \xrightarrow{\times r} ar(r-۱) \xrightarrow{\times r} ar^۲(r-۱)$

۲

قدرنسبت ~~ثابت~~ (r) است

(۵ الف)

$a_۱ , a_۲ , a_۳ , a_۴ , a_۵ \ldots a_n$

$a + (a+d) + (a+۲d) + (a+۳d) + \ldots + (a+(n-۱)d)$

$na + d(۱ + ۲ + ۳ + \ldots + (n-۱)) \to na + d\frac{(n-۱)n}{۲} = \frac{n}{۲}(۲a + (n-۱)d)$

۲

ب)

$S = a_۱ + a_۲ + a_۳ + \ldots + a_n$

$S = a + ar + ar^۲ \ldots + ar^{n-۱}$

$rS = ar + ar^۲ + ar^۳ \ldots + ar^{n-۱} + ar^n$

$S - Sr = a - ar^n \to S(۱-r) = a(۱-r^n) \to S = \frac{a(۱-r^n)}{۱-r}$