۱۹,۲۵ عالیه !!

Date Subject

سارا تبریزی نیا

سوال ۱

$a_n = \underbrace{\tfrac{۱}{۲}, ۱}_{×۲}, \underbrace{۱, ۲}_{×۲}, \ldots \qquad a_n = \tfrac{۱}{۲} × ۲^{n-۱}$

(۲)

الف) $\tfrac{۱}{۲} × ۲^{۹} = ۲^{۸} = ۲۵۶$ ✓

ب) $\dfrac{a_۱ q^{۱۶}}{a_۱ q^{۱۲}} = q^{۴} = ۲^{۴} = ۱۶$ ✓

ج) $y = ۲^{۵} = ۳۲ \qquad a_۱ q^{۳} × a_۱ q^{۹} = y^{۲} = ۲^{۱۰}$ ✓

د) $\tfrac{۱}{۲} × ۲^{n-۱} = ۱۲۸ \rightarrow ۲^{n-۱} = ۲۵۶$

$۲^{n-۱} = (۲^{۴})^{۲} \longrightarrow ۲^{۸} \rightarrow n-۱ = ۸$

$n = ۹$ ✓

سوال ۲

(۲)

$\dfrac{a_۱ q^{۷}}{a_۱ q^{۴}} = \dfrac{۹۶}{۱۲} \qquad q^{۳} = ۸ \qquad q = ۲$ ✓

$a_{۱۰} = \tfrac{۳}{۴} × ۲^{۹} = ۳۸۴$ ✓

$a_۱ ۲^{۴} = ۱۲ \qquad a_۱ = \dfrac{۱۲}{۱۶} \qquad a_۱ = \tfrac{۳}{۴}$

سوال ۳

الف) (۲)

$\dfrac{a_۳}{q^{۲}} \quad \dfrac{a_۳}{q} \quad a_۳ \quad a_۳ q \quad a_۳ q^{۲}$

$a_۳^{۵} = ۲۴۳ \qquad a_۳ = ۳$ ✓

ب) $a_۱ × a_۵ \longrightarrow \dfrac{a_۳}{q^{۲}} × a_۳ q^{۲} \rightarrow a_۳^{۲} = ۹$ ✓

سوال ۴

$۲^{b} × ۲^{a} = (۴\sqrt{۲})^{۲}$ ۱۶

(۲)

$۲^{b} × ۲^{a} = ۳۲$

$۲^{b} × ۲^{a} = ۲^{۵} \qquad a+b = ۵ \qquad \dfrac{a+b}{۲} = \dfrac{۵}{۲} = ۲,۵$ ✓

واسطه حسابی

Date Subject

سوال ۱۵ ۱,۷۵

$a_۳ \quad ۱-x$

$a_۷ \quad x$

$a_{۱۱} \quad x+۱$

$$\frac{a_۷}{a_۳} = \frac{x}{۱-x} = q^۴$$

$$\frac{a_{۱۱}}{a_۷} = \frac{x+۱}{x} = q^۴$$

$$\frac{x+۱}{x} = \frac{x}{۱-x}$$

$$\downarrow$$

$$x^۲ = \underbrace{(۱-x)(x+۱)}_{۱-x^۲}$$

$$۲x^۲ = ۱ \qquad x^۲ = ۱/۲$$

$$x = \pm \frac{۱}{\sqrt{۲}} = \pm \sqrt{۲}/۲$$

$\times \sqrt{۲}$

به ازای $x = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ حاصل $\frac{a_{۱۱}}{a_۷} = q^٤$ عددی منفی می‌شود

درصورتی که $q^٤$ قطعا نامنفی است پس $x = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ غیر قابل قبول است

سوال ۶) ۲

$$a_۱ + a_۴ = ۲۸ \qquad a_۲ + a_۳ = ۱۲$$

$$\underbrace{a_۱ + a_۱ q^۳}_{a_۱(۱+q^۳)} = ۲۸ \qquad \underbrace{a_۱ q + a_۱ q^۲}_{a_۱ q(۱+q)} = ۱۲$$

$$\frac{\cancel{a_۱}(۱+q^۳)}{\cancel{a_۱} q(۱+q)} = \frac{۷}{۳} \qquad \frac{\cancel{(۱+q)}(۱^۲ - q + q^۲)}{q\cancel{(۱+q)}} = \frac{۷}{۳} \Rightarrow$$

$$۳(۱-q+q^۲) = ۷q \rightarrow ۳q^۲ - ۱۰q + ۳ = ۰$$

$$q = \frac{-b \pm \sqrt{b^۲-۴ac}}{۲a} = \frac{۱۰ \pm \sqrt{۶۴}}{۶} = \frac{۱۰ \pm ۸}{۶}$$

$q = ۳ \quad a_۱ = ۱$ ۱، ۳، ۹، ۲۷ ✓

$q = ۱/۳ \quad a_۱ = ۲۷$ ۲۷، ۹، ۳، ۱

سوال ۷ ۱,۵

$$a_۱ + a_۲ + a_۳ = ۱۳ \qquad a_۱ + a_۱ q + a_۱ q^۲$$

$$a_۱ \times a_۲ \times a_۳ = ۲۷ \qquad \frac{۳}{q} + ۳ + ۳q = ۱۳$$

$$a_۱^۳ q^۳ = ۲۷ \qquad ۳/q + ۳q = ۱۰$$

$$(a_۱ q)^۳ = ۲۷$$

$$a_۱ q = ۳$$

دنباله: ۱، ۳، ۹، ... ✓

$$\frac{۳}{q} + ۳q = ۱۰ \rightarrow ۳q^۲ - ۱۰q + ۳ = ۰$$

$q = ۳$

$\rightarrow q = ۳$

$\rightarrow q = \frac{۱}{۳} \rightarrow$ ۹, ۳, ۱

$\frac{۱}{۲} - \frac{۱۰}{۲} +$

Date Subject

سوال ۸) $S_{۱۰} = \cancel{۲}\left(\frac{۳^{۱۰}-۱}{\underset{\cancel{۲}}{۳-۱}}\right) = ۳^{۱۰}-۱ = ۵۹۰۴۸$ $\qquad a_n = ۲ , \underset{\times ۳}{\overrightarrow{۶ , ۱۸}} , \dots$

الف) $S_n = a_1\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right)$

۲

ب) $a_n = ۲(۳)^{n-1} \qquad a_{۱۰} = ۲\times۳^{۹}$ $\qquad$ حاصلضرب $= (a_1 \times a_{۱۰})^{n/۲} \Leftarrow$

$(۲\times۲\times۳^{۹})^{۵} \longrightarrow (۲^{۲}\times۳^{۹})^{۵} = \boxed{۲^{۱۰}\times۳^{۴۵}}$ ✓

سوال ۹ $\quad a_1 , \quad a_1q , \quad a_1q^{۲} , \quad a_1q^{۳}$

۲

$\underbrace{a_1q - a_1}_{}^{a_۲ - a_1} \qquad \underbrace{a_1q^{۲} - a_1q}^{a_۳ - a_۲} \qquad \underbrace{a_1q^{۳} - aq^{۲}}^{a_۴ - a_۳} \qquad \underbrace{a_1q^{۴} - a_1q^{۳}}^{a_۵ - a_۴}$

$$\begin{tikzcd}
a_1(q-1) \arrow[r, bend right, "\times q"'] & a_1q(q-1) \arrow[r, bend right, "\times q"'] & a_1q^{۲}(q-1) \arrow[r, bend right, "\times q"'] & a_1q^{۳}(q-1)
\end{tikzcd}$$

✓ $\times$ ⓠ قدر نسبت همان q

سوال ۱۰ $\quad a_1 , a_1+d , a_1+۲d \dots a_1+(n-1)d$ $\qquad$ الف) $\frac{n}{۲}(۲a+(n-1)d)$

۲

ب

$S_n = a+(a+d)+(a+۲d) \dots (a+(n-1)d)$

$S_n = (a+(n-1)d)+(a+(n-۲)d) \dots (a+d)+a$

$۲S_n = (a+a+(n-1)d \dots [(a+(n-1)d)+a]$

$۲S_n = n\{۲a+(n-1)d)$ ✓

$S_n = \frac{n}{۲}\{۲a+(n-1)d$

$S_n = a_1+a_۲+a_۳+ \dots a_n$

$S_n = a_n+a_{n-1}+a_{n-۲} \dots a_1$

$۲S_n = (a_1+a_n)+(a_۲+a_{n-1}) \dots +(a_n+a_1)$

$۲S_n = n(a_1+a_n) \qquad S_n = \frac{n}{۲}(a_1+a_n)$ ✓

ب) $S_n = (a_1 + a_1 q + a_1 q^2 \dots a_1 q^{n-1}) \times q \rightarrow$ سوال۲

$qS_n = aq + aq^2 \dots + aq^n$ $qS_n - S_n = (q-1)S_n = aq^n - a$

$\rightarrow a(q^n - 1) \xrightarrow[q \neq 1]{} S_n = \frac{a(q^n - 1)}{(q-1)}$