نام و نام خانوادگی: تانیا ترک ترابی   سری: ۱۴   گروه: دهم یکشنبه

۱۸/۷۵

۱	الف)	$a_n = \frac{1}{2}, 1, 2 \Rightarrow q = 2$ $t_n = \frac{1}{2} \times 2^{n-1}$ $t_{10} = \frac{1}{2} \times 2^{9} = 256$
	ب) ۲	$\frac{a_{17}}{a_{13}} = \frac{aq^{16}}{aq^{12}} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}\times 2^{16}}{\frac{1}{2}\times 2^{12}} = 2^4 = 16$
	ج)	$t_4 = aq^3 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 8 = 4$ $t_{10} = 256$ $q^{2+1} = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{256}{4} = 64 \Rightarrow q^2 = 64 \Rightarrow q = \pm 8$ $4\times 8 = 32$
	د)	$\frac{1}{2} \times 2^{n-1} = 128 \Rightarrow 2^{n-1} = 256 \Rightarrow n = 9$
۲	۲	$a_5 = 12$ $aq^4 = 12$ $a_8 = 96$ $aq^7 = 96$ $a_{10} = ?$ $\frac{aq^8}{aq^4} = \frac{96}{12} \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2 , a = \frac{3}{4}$ $a_{10} = aq^9 \Rightarrow \frac{3}{4} \times 2^9 = 384$
۳	الف) ۲	$a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 = 243$ $(a_3)^5 = 243 \Rightarrow a_3 = 3$
	ب)	$a_1 \times a_5 = (a_3)^2 \Rightarrow 3 \times 3 = 9$
۴	۲	$(4\sqrt{2})^2 = 2^a \times 2^b \Rightarrow 32 = 2^{a+b} \Rightarrow a+b = 5$ $\frac{a+b}{2} \Rightarrow \frac{5}{2} = 2/5$
۵	۱/۷۵	$a_3 = x+1 \xrightarrow{+4} a_7 = x \xrightarrow{+4} a_{11} = 1-x$ $b^2 = ac \Rightarrow (x)^2 = (x+1)(1-x) \Rightarrow x^2 = x - x^2 + 1 - x \Rightarrow$ $x^2 + x^2 = 1 \Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$ به ازای $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ حاصل $\frac{a_{11}}{a_7} = q^4$ عددی منفی می‌شود در صورتی که q^4 قطعاً نامنفی است پس $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ غیر قابل قبول است

بزرگترین جمله ۲۷ است

$a_1+a_4=۲۸$ $\qquad$ $a_2+a_3=۱۲$

$\frac{a+aq^3=۲۸}{aq+aq^2=۱۲} \Rightarrow \frac{\cancel{a}(1+q^3)}{\cancel{a}q(1+q)}=\frac{\cancel{۲۸}}{\cancel{۱۲}}\,\frac{۷}{۳} \Rightarrow \frac{\cancel{(1+q)}(1-q+q^2)}{q\cancel{(1+q)}}=\frac{۷}{۳} \Rightarrow$

$\frac{1-q+q^2}{q}=\frac{۷}{۳} \Rightarrow ۷q=۳-۳q+۳q^2 \Rightarrow ۳q^2-۱۰q+۳=۰ \Rightarrow (۳q-۱)(q-۳)=۰ \nearrow q=۳ \quad \searrow q=\frac{۱}{۳}$ $\quad$ ۲ $\quad$ ۶

① $q=۳ \Rightarrow a_1=۱,\ a_2=۳,\ a_4=۹,\ a_5=۲۷ \Rightarrow a_1+a_4=۱۰$ ✗ ② $q=\frac{۱}{۳} \Rightarrow a_1=۲۷,\ a_2=۹,\ a_3=۳,\ a_4=۱$; $a_1+a_4=۲۸$ ✓ $a_2+a_3=۱۲$ ✓

$a_1+a_2+a_3=۱۳$ $\qquad$ $\frac{a}{q}\times a\times aq=a^3=۲۷ \Rightarrow a=۳$

$a_1\times a_2\times a_3=۲۷$

$\frac{۳}{q}+۳+۳q=۱۳ \Rightarrow \frac{۳}{q}+۳q=۱۰ \Rightarrow ۳q^2-۱۰q+۳=۰ \Rightarrow$

$q^2-۱۰q+۹=۰ \Rightarrow (q-۱)(q-۹)=۰$ $\nearrow q=\frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{۳}{\frac{۱}{۳}},\ ۳,\ ۳\times\frac{۱}{۳}=۹,۳,۱$ $\quad$ ۲ $\quad$ ۷

$\searrow q=۳ \Rightarrow \frac{۳}{۳},\ ۳,\ ۳\times۳=۱,۳,۹$

$a_n=۲,\underset{\times۳}{۶},۱۸,\dots \Rightarrow q=۳$ $\qquad$ $a_n=۲\times۳^{n-1}$

الف) $S_n=a_1\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right) \Rightarrow ۲\left(\frac{۳^{۱۰}-۱}{۳-۱}\right) \Rightarrow ۲\left(\frac{۳^{۱۰}-۱}{۲}\right) \Rightarrow ۳^{۱۰}-۱=۵۹۰۴۸$ $\quad$ ۲ $\quad$ ۸

ب) $P=(\text{آخری}\times\text{اولی})^{\frac{n}{2}} \Rightarrow (۲\times۳^۹\times۲)^۵ \Rightarrow (۴\times۳^۹)^۵=۴^۵\times۳^{۴۵}$

$a_n=۳,\underset{\times۲}{۶},\underset{\times۲}{۱۲},۲۴,۴۸,\dots \longrightarrow -۳,-۶,-۱۲,-۲۴,\dots \Rightarrow q'=+۲ \Rightarrow q=q'$

$q=۲$ $\qquad$ $\times۲$ $\quad$ $\times۲$

برای اثبات رابطه ها نباید از مثال عددی استفاده کنی! $\quad$ ۱

$a_n=۱,۶,۳۶,۲۱۶,۱۲۹۶,\dots \longrightarrow -۵,\underset{\times۶}{-۳۰},\underset{\times۶}{-۱۸۰},\dots \Rightarrow q'=۶ \Rightarrow q=q'$ $\quad$ ۹

$q=۶$

الف) $S_n=\frac{n}{2}(۲a+(n-1)d)$ $\qquad$ $S_n=a_1+a_2+a_3+\dots+a_{n-2}+a_{n-1}+a_n$ ①

$S_n=a_n+a_{n-1}+a_{n-2}+\dots+a_3+a_2+a_1$ ②

$a_2=a_1+d$

$a_{n-1}=a_n-d=a_1+((n-2)d)$ $\qquad$ $\underbrace{S_n+S_n}_{۲S_n}=(a_1+a_n)+(a_2+a_{n-1})+\dots+(a_{n-1}+a_2)+(a_n+a_1)$ $\quad$ ۲ $\quad$ ۱۰

مجموع: $a_2+a_{n-1}=(a_1+d)+(a_n-d)=a_1+a_n \Rightarrow ۲S_n=n\times(a_1+a_n) \Rightarrow S_n=\frac{n}{2}(a_1+a_n) \Rightarrow$

$\frac{n}{2}(a_1+[a_1+(n-1)d]) \Rightarrow \frac{n}{2}(۲a_1+(n-1)d)$

ب) $S_n=a_1+a_1q+a_1q^2+\dots+a_1q^{n-2}+a_1q^{n-1}$ ①

$qS_n=a_1q+a_1q^2+\dots+a_1q^{n-2}+aq^{n-1}$ ②

$\Rightarrow S_n-qS_n=a_1+0+0+\dots+0-a_1q^n \Rightarrow a_1-a_1q^n \Rightarrow$

$S_n=a_1\times\frac{1-q^n}{1-q}$

سوال ۹

$$a \,,\ aq \,,\ aq^2 \,,\ aq^3 \,,\ aq^4 \,,\ \dots \,,\ aq^{n-2} \,,\ aq^{n-1}$$

$$aq-a \;\rightarrow\; a(q-1)$$

$$aq^2-aq \;\rightarrow\; aq(q-1)$$

$$aq^3-aq^2 \;\rightarrow\; aq^2(q-1)$$

$$aq^4-aq^3 \;\rightarrow\; aq^3(q-1)$$

$$aq^{n-1}-aq^{n-2} \;\rightarrow\; aq^{n-2}(q-1)$$

مشاهده می‌شود $a(q-1)$ ثابت است و جملات در q ضرب می‌شوند

پس قدر نسبت q است