Year. Month. Date. ( )

۱۹ عالیه ☺

دهم دختر B

الیا یادگاری ✓

۱) الف) $\frac{۱}{۲}, ۱, ۲, \ldots$ ($\times ۲$, $\times ۲$)

$a_n = \frac{۱}{۲}(۲)^{n-۱}$ $a_{۱۰} = \frac{۱}{۲}(۲)^{۹} = ۲^{۸} = ۲۵۶$ ✓

۲

ب) $\frac{a_{۱۷}}{a_{۱۳}} = \frac{a_۱ q^{۱۶}}{a_۱ q^{۱۲}} = q^{۴} = ۲^{۴} = ۱۶$ ✓

ج) $\underbrace{(a_۱ q^{۳})}_{۴ = \frac{۱}{۲} \times ۲^{۳}} \underbrace{(a_۱ q^{۹})}_{\frac{۱}{۲} \times ۲^{۹}} = x^{۲} \longrightarrow x^{۲} = ۲^{۱۰} \longrightarrow x = ۲^{۵} = ۳۲$ ✓

د) $\frac{۱}{۲} \times ۲^{n-۱} = ۱۲۸ \longrightarrow ۲^{n-۱} = ۲۵۶ \longrightarrow ۲^{۸} = ۲۵۶ \longrightarrow n-۱ = ۸ \longrightarrow n = ۹$ ✓

۲) $a_۱ q^{۴} = ۱۲$ $a_۱ q^{۷} = ۹۶$ $\frac{a_۱ q^{۷}}{a_۱ q^{۴}} = q^{۳} = ۸ \longrightarrow q = ۲$ ✓

$a_۱ (۲^{۴}) = ۱۲$

$a_۱ = \frac{۱۲}{۱۶} = \frac{۳}{۴}$ $a_n = \frac{۳}{۴}(۲)^{n-۱} \longrightarrow a_{۱۰} = \frac{۳}{۴}(۲)^{۹} = ۳ \times ۲^{۷} = ۳۸۴$ ✓

۲

۳) الف) $\frac{a_۳}{q^{۲}} \times \frac{a_۳}{q} \times a_۳ \times a_۳ q \times a_۳ q^{۲} = $ ~~[illegible]~~ $a_۳^{۵} = ۲۴۳ \longrightarrow a_۳ = ۳$ ✓

۲

ب) $a_۱ \times a_۵ = \frac{a_۳}{q^{۲}} \times a_۳ q^{۲} = a_۳^{۲} = ۳^{۲} = ۹$ ✓

۴) $\frac{۴\sqrt{۲}}{۲^{a}} = \frac{۲^{b}}{۴\sqrt{۲}} \longrightarrow ۲^{a+b} = (۴\sqrt{۲})^{۲} = ۳۲ = ۲^{۵}$ $\frac{a+b}{۲} = \frac{۵}{۲} = ۲٫۵$ ✓

۲

۵) $\frac{a_۷}{a_۳} = \frac{x}{۱-x} = q^{۴}$ $\frac{a_{۱۱}}{a_۷} = \frac{x+۱}{x} = q^{۴} \longrightarrow \frac{x}{۱-x} = \frac{x+۱}{x}$

۱٫۷۵ ✓

$x^{۲} = \underbrace{(۱-x)(x+۱)}_{۱-x^{۲}} \longrightarrow ۲x^{۲} = ۱ \longrightarrow x^{۲} = \frac{۱}{۲} \longrightarrow x = \pm \frac{۱}{\sqrt{۲}} \xrightarrow{\text{گویا}} x = \pm \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

به ازای $x = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ حاصل $\frac{a_{۱۱}}{a_۷} = q^{۴}$ عددی منفی میشود

در صورتی که $q^{۴}$ قطعاً نامنفی است پس $x = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ غیر قابل قبول است

BERKEH

۶) $\overbrace{a_1+a_1r^۳}^{a_1(1+r^۳)}=۲۸ \quad \underbrace{a_1r+a_1r^۲}_{a_1r(1+r)}=۱۲ \longrightarrow \dfrac{a_1(1+r^۳)}{a_1r(1+r)}=\dfrac{۲۸}{۱۲}=\dfrac{۷}{۳}$

$\dfrac{(1+r)(1^۲-r+r^۲)}{r(1+r)}=\dfrac{۷}{۳} \longrightarrow ۳(1-r+r^۲)=۷r \longrightarrow ۳r^۲-۱۰r+۳=۰$ ۲

$r=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲a}=\dfrac{۱۰\pm\sqrt{۶۴}}{۶}=\dfrac{۱۰\pm۸}{۶}$ $\begin{cases} r=۳ \to a_1=۱ \to ۱,۳,۹,\boxed{۲۷} \\ r=\frac{۱}{۳} \to a_1=۲۷ \to \boxed{۲۷},۹,۳,۱ \end{cases}$

$۳q^۲-۱۰q+۳=۰ \to q=۳$ یا $q=\frac{۱}{۳}$

۷) $a_1+a_1q+a_1q^۲=۱۳ \to \dfrac{۳}{q}+۳+۳q=\cancel{۱۳} \quad ۳q+\dfrac{۳}{q}=۱۰ \to q=۳$ ۱٫۵

$a_1\times a_1q\times a_1q^۲=۲۷ \to a_1^۳q^۳=۲۷ \to (a_1q)^۳=۲۷ \quad a_1q=۳$ جمله دوم

دنباله $\to ۱,۳,۹,\dots$ if $q=\frac{۱}{۳}$ $\to$ دنباله: $۹,۳,۱,\dots$

---

۸) الف) $S_{۱۰}=a_1\left(\dfrac{q^{۱۰}-1}{q-1}\right)\to ۲\left(\dfrac{۳^{۱۰}-۱}{۳-۱}\right)=۳^{۱۰}-۱\to \boxed{۵۹۰۴۸}$

ب) $a_n=۲(۳)^{n-1}\longrightarrow a_{۱۰}=۲\times(۳)^۹$ ۲

حاصلضرب ده جمله اول $\to (a_1\times a_{۱۰})^{\frac{n}{۲}}\to ۵ \quad (۲\times۲\times۳^۹)^۵=(۲^۲\times۳^۹)^۵=\boxed{۲^{۱۰}\times۳^{۴۵}}$

---

۹) $a_1,\ a_1q,\ a_1q^۲,\ a_1q^۳,\ a_1q^۴,\dots$ ۱٫۷۵

$\underbrace{a_1q-a_1}^{a_۲-a_1},\ \overbrace{a_1q^۲-a_1q}^{a_۳-a_۲},\ \overbrace{a_1q^۳-a_1q^۲}^{a_۴-a_۳},\ \overbrace{a_1q^۴-a_1q^۳}^{a_۵-a_۴}$

$a_1(q-1) \xrightarrow{\times q} a_1q(q-1) \xrightarrow{\times q} a_1q^۲(q-1) \xrightarrow{\times q} a_1q^۳(q-1)$ قدر نسبت جدید q است!

---

۱۰) الف) $a_n=a_1+(n-1)d \quad a_1+(a_1+d)+(a_1+۲d)+(a_1+۳d)+\dots+(a_1+(n-1)d)$

$\dfrac{(n-1)(n)}{۲}\longrightarrow na_1+\dfrac{n^۲-n}{۲}d\longrightarrow\dfrac{n}{۲}(۲a_1+(n-1)d)$ ۲

ب) $S_n=a_1+a_1q+a_1q^۲+\dots a_1q^{n-1}\longrightarrow qS_n=aq+aq^۲+\dots+aq^{n-1}+aq^n$

$qS_n-S_n=(q-1)S_n=aq^n-a\to a(q^n-1)\longrightarrow S_n=\dfrac{a(q^n-1)}{q-1}$