Date: سری ۱۳ - الگو و دنباله   بسم الله الرحمن الرحیم   Subject باران مسگری
دهم رشته B

①

$a_1 + ۳d = ۶۱$ $۴۰ + ۳d = ۶۱ \Rightarrow ۳d = ۲۱ \rightarrow d = ۷$

$a_n = ۷n + ۳۳ = ۲۰۸$

$\Rightarrow ۷n = ۱۷۵ \Rightarrow n = \frac{۱۷۵}{۷} = \boxed{۲۵}$

②

$۱۰۰ \leqslant ۷n + ۳ \leqslant ۹۹۹$

$۹۷ \leqslant ۷n \leqslant ۹۹۶$

$۱۳/\text{—} \leqslant n \leqslant ۱۴۲/\text{—}$

$۱۴ \leqslant n \leqslant ۱۴۲ \longrightarrow \frac{۱۴۲ - ۱۴}{۱} + ۱ = \boxed{۱۲۹}$

③

دنباله حسابی $\rightarrow xn + \alpha$ $a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} = -۶n + ۱۲$

$a_n = -۲n + ۸$ ✓

$m(n+1) + \alpha + m(n+2) + \alpha + m(n+3) + \alpha = ۳m\underline{n} + ۶m + ۳\alpha = -۶\underline{n} + ۱۲$

$۳m = -۶ \Rightarrow m = -۲$ ✓

$\longrightarrow ۶(-۲) + ۳\alpha = ۱۲$

$\rightarrow \boxed{\alpha = ۸}$ *

* $a_{۱۷} = -۲(۱۷) + ۸ = -۲۶$

\+ $a_۸ = -۲(۸) + ۸ = -۸$

$\xrightarrow{=} -۳۴$

④

$۲^{n+1} - ۲^{n} + ۱ = ۲^{۲n} - ۳ - ۲^{n+1}$ $۲^{n} = y$ بجای

جایگذاری $\Rightarrow ۲y - y + ۱ = y^۲ - ۳ - ۲y \rightarrow y^۲ - ۳y - ۴ = ۰$

$\overbrace{(y-۴)(y+۱)} \longrightarrow y <$ ۴ ، ①- هیچ توان حقیقی از ۲ منفی نمی باشد

$a_۳ + a_۸ + a_{۱۳} = y - ۱ + ۲y + y^۲ - ۴ \xrightarrow{y=۴} ۴ - ۳ + ۸ + ۱۶ - ۴ = \boxed{۲۴}$

⑤

$۲d = ۵ \longrightarrow d = ۲/۵$

جایگذاری ↓

$a_1 + ۹d + a_1 + ۱۱d \longrightarrow ۲a_1 + ۵۰ = ۲۵$

$۲a_1 = -۲۵$

$a_1 = -۱۲/۵$

$a_n = a_1 + ۲۰d$

↓

$-۱۲/۵ + ۵۰ = \boxed{۳۷/۵}$

⑥

$$\frac{۵}{۲}(\underbrace{a_۱+a_۵}_{۲a+۴d}) = \boxed{\frac{۱}{۴}\times\frac{۵}{۲}} \Rightarrow \frac{۵}{۹}(\underbrace{a_۹+a_{۱۰}}_{۲a+۱۴d}) \rightarrow ۵a_۱+۱۰d = \frac{۵}{۳}a + \frac{۳۵}{۳}d$$

$$\frac{۵}{۲}(\underbrace{a_۱+a_۵}_{\underbrace{۲a_۲+۲d}_{۲(a_۲+d)}}) = \frac{۵}{۹}(\underbrace{a_۹+a_{۱۰}}_{۲a_۲+۱۵d}) \rightarrow ۵a_۲+۵d = \frac{۱۰}{۹}a_۲+۱۰d$$

$$\frac{۱۰}{۴}a_۲ = ۵d \rightarrow a_۲ = \frac{۵d}{\frac{۱۰}{۴}} = \frac{۱۵}{۱۰}d \; *$$

$$\Rightarrow \frac{۱۰}{۳}a_۱ = \frac{۵}{۳}d \rightarrow a_۱ = \frac{\frac{۵}{۳}d}{\frac{۱۰}{۳}} \Rightarrow a_۱ = \frac{d}{۲} \; *$$

$$\frac{a_۲}{a_۱} = \frac{۱٫۵d}{۰٫۵d} = \boxed{۳}$$

⑦

$$t_n - t_{n-۳} = ۳d = ۱۵ \longrightarrow d = ۵$$

$$\frac{(\overbrace{t_۹-t_۵}^{۴d=۲۰})(t_۹+t_۵)}{t_۷} = \frac{۲۰(t_۹+\underbrace{۳d}_{۱۵}+t_۹\underbrace{-d}_{-۵})}{t_۹+\underbrace{d}_{۵}} = \frac{۲۰(۲t_۹+۱۰)}{t_۹+۵} \xrightarrow[\text{فاکتور}]{} \frac{۴۰\cancel{(t_۹+۵)}}{\cancel{t_۹+۵}} = \boxed{۴۰}$$

⑧

$$d = \frac{۲+\sqrt{۳}-۲+۱۲\sqrt{۳}}{۱۳} = \frac{۱۳\sqrt{۳}}{۱۳} = \boxed{\sqrt{۳}}$$

⑨

$$② \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{۴n-۲ \text{ واسطه}} ㉜$$

جمله

$۴n-۱$ام

$$a_{۴n-۱} = ۳۲ \qquad a_n = a_۱+(n-۱)d$$

$$a_{۴n-۱} = ۲+(۴n-۲)d = ۳۲$$

$$a_{n+۱} = ۱۱ \rightarrow \underbrace{a_{۴n-۱}-a_{n+۱}}_{(۳n-۲)d=۲۱} = ۲۱$$

$$\xrightarrow{\text{جانشینی}} (۳n-۲)\left(\frac{۳۰}{۴n-۲}\right) = ۲۱ \longrightarrow \frac{۹۰n-۶۰}{۴n-۲} = ۲۱ \longrightarrow \frac{\overset{۱۵}{\cancel{۳۰}}(۳n-۲)}{\cancel{۲}(۲n-۱)} = ۲۱$$

$$\Rightarrow ۴۲n-۲۱ = ۴۵n-۳۰$$

$$۳n = ۹ \longrightarrow \boxed{n = ۳}$$

$a_n + a_{n+۴} = a_۳ + a_{۱۷} \longrightarrow ۳+۱۷ = n+n+۴ \Rightarrow ۲۰ = ۲n+۴ \rightarrow n = ۸$ ⑩

$a_n = ۳a_{\frac{n}{۲}} \longrightarrow a_1+(n-1)d = ۳\underbrace{\left[a_1 + (\tfrac{n}{۲}-1)d\right]}_{۳a_1 + ۳\frac{n}{۲}d - ۳d} \longrightarrow a_1+(n-1)d - ۳a_1 - \frac{۳n}{۲}d + ۳d = ۰$

$= -۲a_1 + \frac{-n+۴}{۲}d = ۰$

$= (-n+۴)d = ۴a_1$

$-d = a_1 \longleftarrow -۴d = ۴a_1 \longleftarrow (-۸+۴)d = ۴a_1 \longleftarrow n$

$a_k = ۰ \longrightarrow a_k = a_1 + (k-1)d$

$\rightarrow -d + (k-1)d \longrightarrow d(k-۲) = ۰ \longrightarrow$ d نمی‌تواند ۰ باشد $\Rightarrow k-۲ = ۰$

$\underline{\underline{k = ۲}}$