

جدوی اولی در دنباله حسابی ۴ و جدوی پنجم در دنباله ۶۱ است. جدوی هفتم این دنباله حسابی

$$a_1 = 40, a_4 = 61 \Rightarrow d = \frac{61 - 40}{4 - 1} = \frac{21}{3} = 7 \rightarrow a_n = 40 + (n-1)7$$

$$\rightarrow a_n = 40 + (n-1)7 = 201$$

$$7n - 7 = 198$$

$$7n = 205$$

$$n = 29$$

چند عدد سه رقمی وجود دارد که در تقسیم بر ۷ باقیمانده ۳ دارند؟

در دنباله حسابی

$$a_n = 7n + 3 \rightarrow 100 \leq 7n + 3 \leq 999 \rightarrow 97 \leq 7n \leq 996 \rightarrow \frac{97}{7} \leq n \leq \frac{996}{7}$$

$$\rightarrow n = 14, 15, \dots, 142 \rightarrow \text{تعداد مقادیر} = 142 - 14 + 1 = 129$$

اگر در دنباله حسابی با جدوی عمومی a_n بدانیم $a_{n+1} + a_{n+2} = -9n + 12$ حاصل $a_{17} + a_{18}$ را بیابید

$$a_{n+1} = a_1 + nd \rightarrow 2a_1 + (2n+1)d = -9n + 12$$

$$a_{n+2} = a_1 + (n+1)d \rightarrow 2a_1 + (2n+2)d = -9n + 12$$

$$2a_1 + 2n + 2 = -9n + 12 \rightarrow 2a_1 = 10 \rightarrow a_1 = \frac{5}{2}$$

$$a_{17} + a_{18} = a_1 + 17d + a_1 + 18d = 2a_1 + 35d \rightarrow 2(\frac{5}{2}) + 35(-\frac{9}{2}) = -\frac{305}{2}$$

سه عدد $2^x - 1$, $2^x + 1$ و $2^x - 3$ به ترتیب جمله پنجم، دهم و سیزدهم یک دنباله حسابی هستند. مجموع این سه جمله را بیابید.

$$\begin{matrix} 2^x - 1 & x+1 & 2^x - 3 \\ a_5 & a_n & a_{13} \end{matrix}$$

$$3a_8 = x+1 \Rightarrow a_8 = \frac{x+1}{3}$$

$$\frac{a_{13} + a_5}{2} = a_8 \Rightarrow \frac{2^x - 3 + 2^x - 1}{2} = \frac{x+1}{3}$$

$$2^{x+1} - 4 = x+1 \Rightarrow 2^{x+1} = x+5$$

اگر جدوی دهم یک دنباله حسابی را از جدوی دوازدهم کم کنیم حاصل ۵۰ و اگر جدوی دهم و دوازدهم را جمع کنیم حاصل ۲۵ است. جدوی بیستم را بیابید.

$$a_1 + 9d = a_{10} = 50$$

$$2d = 50$$

$$d = \frac{50}{2} = 25$$

$$a_n = -1 + (n-1)\frac{50}{9}$$

$$a_{20} = -1 + (20-1)\frac{50}{9} = \frac{940}{9}$$

$$a_1 + \frac{45}{2} + a_1 + \frac{45}{2} = 25 \rightarrow 2a_1 = -20$$

$$a_1 = -10$$

در یک دنباله حسابی مجموع ۵ جمله اول $\frac{1}{3}$ مجموع ۵ جمله بعدی است. جمله ی دهم برابر جمله ی اول است.

$$S_5 = \frac{5}{2}(a_1 + a_5) = \frac{5}{2}(2a_1 + 4d) \quad \text{و} \quad \frac{5}{2}(a_4 + a_{10}) = \frac{5}{2}(2a_1 + 14d)$$

$$5a_1 + 10d = \frac{5}{2}a_1 + 35d \Rightarrow \frac{5}{2}a_1 = 25d \Rightarrow a_1 = 10d$$

$$10d = 14d \Rightarrow d = 2a_1$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{3a_1}{a_1} = 3$$

۶

در یک دنباله حسابی با جمله عمومی t_n عبارت $t_n = t_{n-3} + 15$ برقرار است. عبارت $t_9 - t_5$ چند برابر t_1 می باشد؟

$$15d = 15 \Rightarrow d = 1$$

$$\frac{(t_9 - t_5)(t_9 + t_5)}{a + 4d} = \frac{(a + 12d - a - 4d)(a + 12d + a + 4d)}{a + 4d} = \frac{(12d)(2a + 16d)}{a + 4d}$$

$$\frac{12ad + 192d^2}{a + 4d} = \frac{12d(a + 16d)}{a + 4d} = \frac{12d(a + 16d)}{a + 4d} = \frac{12d(a + 16d)}{a + 4d}$$

$$\frac{12ad + 192d^2}{a + 4d} = \frac{12d(a + 16d)}{a + 4d} = \frac{12d(a + 16d)}{a + 4d} = \frac{12d(a + 16d)}{a + 4d}$$

۷

بین دو عدد $2(1 - 4\sqrt{3})$ و $2 + \sqrt{3}$ دوازده واسطه حسابی درج کرده ایم. قدر نسبت دنباله ی حسابی را بیابید. (شروع جهات دنباله از $2(1 - 4\sqrt{3})$ است)

$$\frac{2 + \sqrt{3} - 2(1 - 4\sqrt{3})}{12} = \frac{2 + \sqrt{3} - 2 + 8\sqrt{3}}{12} = \frac{9\sqrt{3}}{12} = \frac{3\sqrt{3}}{4} = d$$

۸

بین دو عدد ۲ و ۳۲ تعداد $3n - 3$ واسطه حسابی درج کرده ایم. اگر واسطه ی n ام برابر ۱۱ باشد مقدار n را بیابید.

$$\frac{32 - 2}{3n - 3 + 1} = \frac{30}{3n - 2} = \frac{10}{n - 1} \Rightarrow 30(n - 1) = 34n - 18$$

$$18 = 4n \Rightarrow n = 4.5$$

$$a_n = 2 + nd = 11 \Rightarrow d = 2$$

۹

مجموع جهات n ام و $(n+4)$ ام یک دنباله ی حسابی با مجموع جهات n و هفدهم دنباله برابر است.

$$a_n + a_{n+4} = a_1 + (n-1)d + a_1 + (n+3)d = 2a_1 + 4nd$$

$$2a_1 + (2n+2)d = 2a_1 + 17d \Rightarrow 2n+2 = 17 \Rightarrow n = 7.5$$

$$a_n = 2(\frac{n}{2}) = \frac{2n}{2} \Rightarrow a_n = \frac{2n}{2} = n \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d = 12$$

$$a_1 + 7d = 12$$

۱۰