

۱۴۷۵

نام و نام خانوادگی آرش شهبازی نواف پور پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره کلاس دهم B

جمله اول یک دنباله حسابی ۴ جمله و جمله پنجم این دنباله ۶۱ است جمله پنجم این دنباله حسابی

$$a_1 = 40 \quad a_5 = 61 \Rightarrow d = \frac{61 - 40}{5 - 1} = \frac{21}{4} = 5.25 \rightarrow a_n = 40 + (n-1) \cdot 5.25$$

$$\rightarrow a_n = 40 + (n-1) \cdot 5.25 = 20.1$$

$$5n - 5 = 198$$

$$n = 25$$

چند عدد سه رقمی وجود دارد که در تقسیم بر ۷ باقیمانده ۳ دارند؟

دو عدد سه رقمی

$$a_n = 7n + 3 \rightarrow 100 \leq 7n + 3 \leq 999 \rightarrow 97 \leq 7n \leq 996 \rightarrow \frac{97}{7} \leq n \leq \frac{996}{7}$$

$$\rightarrow n = 14, 15, \dots, 142 \rightarrow \text{تعداد ممکن} = 142 - 14 + 1 = 129$$

اگر در دنباله حسابی با جمله عمومی a_n بایسیم $a_{n+1} + a_{n+2} = -9n + 12$ حاصل $a_{17} + a_n$ را بیابید

$$a_{n+1} = a_1 + nd \quad 2a_1 + (2n+1)d = -9n + 12$$

$$a_{n+2} = a_1 + (n+1)d \quad 2a_1 + 2nd + d = -9n + 12 \rightarrow 2a_1 - 4n - 3 = -9n + 12$$

$$2a_1 = 15 \rightarrow a_1 = \frac{15}{2}$$

$$a_{17} + a_n = a_1 + 14d + a_1 + nd = 2a_1 + 24d \rightarrow 2 \left(\frac{15}{2} \right) + 24 \left(-\frac{3}{2} \right) = -54$$

سه عدد $2^x - 1$ ، $2^x + 1$ و $2^x - 3$ به ترتیب جمله پنجم، دهم و سیزدهم یک دنباله حسابی هستند مجموع این سه جمله را بیابید

$$\begin{array}{ccc} 2^x & x+1 & 2^x \\ 2^x - 1 & 2 & 2^x - 3 \\ a_5 & a_n & a_{13} \end{array}$$

$$\frac{a_{13} + a_5}{2} = a_n \rightarrow \frac{2^x - 3 + 2^x - 1}{2} = 2$$

$$2^x - 2 = 4 \rightarrow 2^x = 6 \rightarrow x = \log_2 6$$

$$3a_8 = x+1$$

$$a_8 = \frac{x+1}{3}$$

$$\Rightarrow S = \dots$$

اگر جمله ی دهم یک دنباله حسابی را از جمله ی دوازدهم کم کنیم حاصل ۵۰ و اگر جمله ی دهم و دوازدهم را جمع کنیم

$$a_1 + 9d = a_{12} = 11d = 50$$

$$2d = 50$$

$$d = \frac{50}{2}$$

حاصل ۲۵ است جمله ی بیستم را بیابید

$$a_n = -1 + (n-1) \cdot \frac{50}{2}$$

$$a_{21} = -1 + (21-1) \cdot \frac{50}{2} = 499$$

$$a_1 + \frac{45}{2} + a_1 + \frac{45}{2} = 25 \rightarrow 2a_1 = -10$$

$$a_1 = -5$$

در یک دنباله حسابی مجموع ۵ جمله اول $\frac{1}{3}$ مجموع ۵ جمله بعدی است. جمله دهم برابر جمله یادی است

$$S_5 = \frac{5}{2}(a_1 + a_5) = \frac{5}{2}(2a_1 + 4d) \quad \text{و} \quad \frac{5}{2}(a_4 + a_1) = \frac{5}{2}(2a_1 + 14d)$$

$$5a_1 + 10d = \frac{5}{2}a_1 + 35d \Rightarrow \frac{5}{2}a_1 = 25d \Rightarrow a_1 = 10d$$

$$10a_1 = 50d \Rightarrow d = 2a_1$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{3a_1}{a_1} = 3$$

۶

در یک دنباله حسابی با جمله عمومی t_n عبارت $t_n = t_{n-3} + 15$ برقرار است. عبارت $t_9 - t_5$ چند برابر t_1 می باشد؟

$$\frac{(t_9 - t_5)(t_9 + t_5)}{a + 4d} = \frac{(12d)(2a + 12d)}{a + 4d} = \frac{(12d)(2a + 12d)}{a + 4d}$$

$$\frac{12ad + 12d^2}{a + 4d} = \frac{12d(a + d)}{a + 4d} = \frac{40(a + d)}{a + 4d} = \frac{40a + 40d}{a + 4d}$$

۷

بین دو عدد $2(1 - 4\sqrt{3})$ و $2 + \sqrt{3}$ دوازده واسطی حسابی درج کرده ایم. قدر نسبت دنباله حسابی را بیابید. (شروع جهات دنباله از $2(1 - 4\sqrt{3})$ است)

$$\frac{2 + \sqrt{3} - 2(1 - 4\sqrt{3})}{12} = \frac{13\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{1} = d$$

۸

بین دو عدد ۲ و ۳۲ تعداد $3n - 3$ واسطی حسابی درج کرده ایم. اگر واسطی n ام برابر ۱۱ باشد مقدار n را بیابید.

$$\frac{32 - 2}{3n - 3 + 1} = \frac{30}{3n - 2} = \frac{10}{n} \Rightarrow 30n = 34n - 18 \Rightarrow 18 = 4n \Rightarrow n = 3$$

$$a_n = 2 + nd = 11 \Rightarrow d = 3$$

۹

مجموع جهات n ام و $(n+4)$ ام یک دنباله حسابی با مجموع جهات n و هفدهم دنباله برابر است. اگر جمله n ام سه برابر جمله $\frac{n}{2}$ باشد چندمین جمله این دنباله انفرانت است؟

$$a_n + a_{n+4} = a_3 + a_7 \Rightarrow a_1 + (n-1)d + a_1 + (n+3)d = 2a_1 + 10d$$

$$2a_1 + (2n+2)d = 2a_1 + 10d \Rightarrow 2n+2 = 10 \Rightarrow n = 4$$

$$a_n = 3\left(\frac{n}{2}\right) = \frac{3n}{2} \Rightarrow a_4 = \frac{3 \times 4}{2} = 6 \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d = 6$$

$$a_1 + 7d = 6$$

۱۰

$$n=1 \rightarrow a_1 + a_2 + a_3 = 4 \quad \text{وحيث}$$

$$n=2 \rightarrow a_1 + a_2 + a_3 = 0 \rightarrow a_3 - a_2 = -4$$

$$a_1 + a_3 - a_1 - a_2 = -4 \rightarrow a_3 = -4 \rightarrow d = -4$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = 4 \rightarrow 3a_1 + d + a_2 + a_3 = 4 \rightarrow 3a_1 = 11 \rightarrow$$

$$a_1 = 4$$

$$a_1 + a_2 = a_1 + a_1 + 1d + 1d$$

$$a_1 + a_2 = 4 + 4 + 1(-4) + 1(-4) = -4$$

$$a_1 + a_2 = a_1 + a_1$$

$$r^n - 1 + r^n - r = r(r^{n+1})$$

$$r^n - r = r(r \times r^n) - r^n$$

$$r^n - r \times r^n - r = 0 \rightarrow r = 1$$

$$r^n - r \times r^n - r = 0 \rightarrow r = 1 \rightarrow r = 1 \rightarrow n = 2$$

$$b = -1 \quad \text{وحيث}$$

$$\text{وحيث} \rightarrow \frac{r^n - 1}{r - 1} / \frac{r^{n+1} - 1}{r - 1} / \frac{r(r^n - 1)}{r - 1} = \boxed{r^n}$$

$$t_1^2 - t_2^2 = (t_1 - t_2)(t_1 + t_2)$$

$$t_1 + t_2 = t_1 + t_2 = r t_1 \rightarrow \frac{r t_1 (t_1 - t_2)}{t_1} = r(t_1 - t_2)$$

$$t_1 - t_2 = t_1 + t_2 - t_1 - t_2 = r t_1 \rightarrow r t_1$$

$$n=2 \rightarrow t_1 = t_1 + t_2 \rightarrow t_1 + r t_1 = t_1 + t_2 \rightarrow d = 2$$

$$r d = 1(2) = 2$$

$$a_n + a_{n+2} = a_n + a_{n+1} \rightarrow n + n + 2 = n + n + 1$$

سوال ۱۰

$$2n + 2 = 2 \rightarrow n = 1$$

$$a_1 = 2a_2 \rightarrow a_1 + rd = 2(a_1 + rd)$$

$$2a_1 + rd = a_1 + rd \rightarrow 2a_1 = -rd \rightarrow a_1 = -\frac{rd}{2}$$

$$a_t = 0 \rightarrow a_1 + (t-1)d = 0 \rightarrow td = rd$$

$$t = 2$$

مقدار ۱۲ ضرب

سوال ۱۱

$$a_{12} - a_1 = a_1 + 11d - a_1 - 9d = 2d = 1 \rightarrow d = \frac{1}{2}$$

$$a_{12} + a_1 = a_1 + 11d + a_1 + 9d = 2a_1 + 20d = 2$$

$$2a_1 + 1 = 2 \rightarrow a_1 = \frac{1}{2}$$

$$a_{21} = a_1 + 20d = \frac{1}{2} + 20 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + 10 = \frac{21}{2}$$