۱. دنباله‌ی حلزون

۱ ، ۵ ، ۹ ، ۱۳ ، ۱۷ ، ...
(۴ ، ۴ ، ۴ ، ۴)

الف) $= ۴n+1$

ب) $۴ \times ۱۰ + ۱ = ۴۱$

۲.

الف) $\frac{n}{۲}(۲a_۱ + (۱۰-۱)d)$

$\frac{۱۰}{۲} \times (۱۲ + ۴ \times ۹) \Rightarrow ۵ \times ۴۸ = ۲۴۰$

ب) $a_۸ + a_۹ + a_{۱۰} + a_{۱۱}$

$a_n = ۶ + (n-1)d = ۶ + ۴n - ۴ = ۴n + ۲$

$a_۸ = ۳۴$
$a_۹ = ۳۸$
$a_{۱۰} = ۴۲$
$a_{۱۱} = ۴۶$
$\Rightarrow ۱۶۰$

۳.

$d = a_۲ - a_۱ = a_۳ - a_۲$

$d_۱ = ۲ - (۱ + \sqrt{۳}) = ۱ - \sqrt{۳}$

$d_۲ = ۳ - \sqrt{۳} - ۲ = ۱ - \sqrt{۳}$

$d_۱ = d_۲ \Rightarrow d = ۱ - \sqrt{۳}$

$a_n = ۱ + \sqrt{۳} + (n-1)(۱ - \sqrt{۳})$

$a_{۲۳} = ۱ + \sqrt{۳} + ۲۲ \times (۱ - \sqrt{۳}) = ۲۳ - ۲۱\sqrt{۳}$

$a_{۲۵} = ۱ + \sqrt{۳} + ۲۴ \times (۱ - \sqrt{۳}) = ۲۵ - ۲۳\sqrt{۳}$

$\Rightarrow ۲ - ۲\sqrt{۳}$

۴.

$a_n = ۳ \times ۲۵^n - ۵^{۲n} = ۵^y - ۳ \times ۲۵^n \Rightarrow ۳ \times ۵^{۲n} - ۵^{۲n} = ۵^y + ۳ \times ۵^{۲n}$

$۲۵^n = ۵^{۲n}$

$۵^y = ۵^{۲n} \times ۵ = ۵^{۲n+1}$

$y = ۲n + ۱$

$y = ۴ - n$

$۲n + ۱ = ۴ - n$

$n = ۱$

$y = ۳$

$ny = ۱ \times ۳ = ۳$

$b_n = ۲ - n + y - ۲$

$y = ۴ - n$

۵.

$۲n - ۴ \ , \ ۲n - ۱ \ , \ ۶n$

$۶n - ۲n + ۱ = ۳$

$۶n - ۲n + ۲ \rightarrow ۴n = ۲$

$n = \frac{۱}{۲}$

$t_۱ = ۲ \times \frac{۱}{۲} - ۴ = -۳$

$t_n = -۳ + ۳(n-1)$

$t_۴ = -۳ + ۳ \times (۳) = ۶$

۴

$a_n = 2, 5, 8, \dots, a_n = 2 + 3(n-1) = 3n-1$

$2, 5, 8, 11, 14, 17$

$b_m = 2, 5, 8, \dots, b_n = 2 + 3(n-1) = 3n-1$

$2, 5, 8, 11, 14, 17$

$a_{20} = 2 + 19(3) = 59$

$b_{20} = 2 + 19(3) = 59$

$a_n \le 61 \rightarrow 3(n-1) \le 59 \rightarrow n-1 \le 19 \rightarrow n \le 20$

۷ جمله مشترک

۵

$a_1 + a_2 + a_{10} = 30 \quad 3a_4 = 30 \rightarrow a_4 = 10$

$a_1 + d = a_4 \rightarrow a_1 + d = 10$

$(a_1 + 3d) + (a_1 + 6d) = 20$

$2a_1 + 9d = 20$

$2(10 - d) + 9d = 20$

$20 - 2d + 9d = 20$

$7d = 0$

$d = 0$

۸

$a_1 + 2d = 5 \quad a_4 = 2$

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_{10} = a_1 + 9d$

$a_{10} = 2 + 9(3) = 29$

۹

$S_9 = \frac{9}{2}(2a_1 + 8d) = \frac{9}{2}(2a_1 + 2d) : 2$

$9(2a_1 + 8d) = 18(2a_1 + 2d) : 9$

$2a_1 + 8d = 4a_1 + 4d \Rightarrow a_1 = \frac{1}{2}d$

$a_1 = a_1 + 18d = \frac{37}{2}d$

$a_7 = a_1 + 6d = \frac{13}{2}d$

$\frac{1}{2}d \times \frac{2}{13d} = \frac{1}{13}$

۱۰

$a_1 = 11$

$a_7 = 35$

$a_n = a_1 + (n-1)d_1$

$a_7 = a_1 + 6d$

$35 = 11 + 6d$

$24 = 6d$

$d = 4$

$a_4 = a_1 + 3d = 11 + 12 = 23$

$b_1 = 18 \quad b_n = b_1 + (n-1)d_2$

$b_4 = 23$

$b_4 = b_1 + 3d_2 \quad 23 = 18 + 3d_2$

$5 = 3d_2 \quad d_2 = -5$

$b_{14} = b_1 + (14-1)d_2$

$b_{14} = 18 + (13)(-5)$

$b_{14} = 18 - 65$

$b_{14} = -47$

۴.

(۱) $a_1 + a_2 + a_3 = 21$

(۲) $a_3 - a_2 + a_1 = ?$

(۱) $a_1 + a_2 + a_5 = 15$

(۱) $a_1 + a_1 + 2d + a_1 + 4d = 15$

$3a_1 + 6d = 15 \div 3 \Rightarrow a_1 + 2d = 5$

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_3 = a_1 + 2d$

$a_5 = a_1 + 4d$

$a_2 = a_1 + d$

(۲) $a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 21$

$3a_1 + 3d = 21 \div 3$

$a_1 + d = 7$

$a_1 + 2d = 5$

(۳) $a_1 + 2d - a_1 + d + a_1 = ?$

$a_1 = -21$

$-21 + (2 \times 21) + 21 \quad d = 21$

$-21 + 42 = 21$

۶.

$a_n = 3, 6, 9, \ldots \quad a_n = 3 + 3(n-1) = 3n$

$3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60$

$b_n = 2, 5, 8, \ldots \quad b_n = 2 + 3(n-1) = 3n-1$

$2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38, 41, 44, 47, 50, 53, 56, 59$

$a_{20} = 2 + 19(3) = 59$

$b_{20} = 2 + 19(3) = 59$

$a_n \leq 60 \rightarrow 3n \leq 60 \rightarrow n \leq 20$

20 جمله مشترک

۸.

$a_1 + a_2 + a_3 = 15 \quad 3a_2 = 15 \rightarrow a_2 = 5$

$a_1 + d = a_2 \rightarrow a_1 + d = 5$

$(a_1 + 3d) + (a_1 + 6d) = 25$

$2a_1 + 7d = 25$

$2(5-d) + 7d = 25$

$10 - 2d + 7d = 25$

$d = 3$

$a_1 + 3 = 5 \quad a_2 = 2$

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_{10} = a_1 + 9d$

$a_{10} = 2 + 9(3) = 29$

۹.

$S_9 = \frac{9}{2}(2a_1 + 8d) = \frac{9 \times 3}{2}(2a_1 + 2d) \div 2$

$9(2a_1 + 8d) = 27(2a_1 + 2d) \div 9$

$2a_1 + 8d = 6a_1 + 6d \Rightarrow a_1 = \frac{1}{2}d$

$a_{10} = a_1 + 19d = \frac{39}{2}d$

$\frac{1}{2}d \quad a_7 = a_1 + 6d = \frac{13}{2}d$

$\frac{1}{2}d \times \frac{2}{13} = \frac{3}{13}$

۱۰.

$a_1 = 11$

$a_7 = 3\Omega$

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_7 = a_1 + 6d$

$3\Omega = 11 + 6d$

$6d = -24$

$d = -4$

$a_4 = a_1 + 3d = 11 + 3(-4) = 23$

$b_1 = 31 \quad b_n = b_1 + (n-1)d$

$b_4 = 23$

$b_4 = b_1 + 3d = 23 = 31 + 3d$

$3d = -8$

$b_{14} = b_1 + (14-1)d$

$14 = 31 + (14-1)(-8)$

$14 = 31 + 13 \times -8$

$14 = 31 - 104$

$14 = 14$