«تکلیف ۱۲»

۱۴۰۴/۶/۲۶ «آوا حاتمی - دهم تجربی»

سوال ۱

الف) $t_n = ۵, ۹, ۱۳, ۱۷, \ldots$ (+۴ +۴ +۴) $t_n = ۴n + ۱$ ✓

ب) $t_{۱۰} = ۴(۱۰) + ۱ = ۴۱$ ✓

سوال ۲

$t_n = ۶, ۱۰, ۱۴, ۱۸$ (+۴ +۴) $t_n = ۴n + ۲$

الف) $t_n = ۶, ۱۰, ۱۴, ۱۸, ۲۲, ۲۶, ۳۰, ۳۴, ۳۸, ۴۲$

$t_n = ۴n + ۲$

$$\frac{۴۲ + ۶}{۲} \times ۱۰ = \frac{۴۸ \times ۱۰}{۲} = ۲۴۰$$ ✓

ب) جمله هشتم ۳۴ ⇐ $t_۸ + t_۹ + t_{۱۰} + t_{۱۱}$ ⇐ $۳۴ + ۳۸ + ۴۲ + ۴۶ = ۱۶۰$ ✓

($t_۸ = ۳۴$، $t_۹ = ۳۸$، $t_{۱۰} = ۴۲$، $t_{۱۱} = ۴۶$؛ $۳۸ + ۴۲ = ۸۰$، $۳۴ + ۴۶ = ۸۰$)

سوال ۳

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$۱ + \sqrt{۳}, ۲, ۳ - \sqrt{۳}$ ($۱ - \sqrt{۳}$، $۱ + \sqrt{۳}$)

$$a_{۲۳} = ۱ + \sqrt{۳} + (۲۳ - ۱)(۱ - \sqrt{۳})$$

$$a_{۲۳} = ۱ + \sqrt{۳} + ۲۲ - ۲۲\sqrt{۳} = ۲۳ - ۲۱\sqrt{۳}$$

$$a_{۲۵} = ۱ + \sqrt{۳} + (۲۵ - ۱)(۱ - \sqrt{۳})$$

$$a_{۲۵} = ۱ + \sqrt{۳} + ۲۴ - ۲۴\sqrt{۳} = ۲۵ - ۲۳\sqrt{۳}$$

$$t_{۲۵} - t_{۲۳} = ۲۵ - ۲۳\sqrt{۳} - (۲۳ - ۲۱\sqrt{۳}) = ۲۵ - ۲۳\sqrt{۳} - ۲۳ + ۲۱\sqrt{۳} = ۲ - ۲\sqrt{۳}$$ ✓

سوال ۴

$a_n = 5^{2x}, 3\times 5^{4x}, 5^{y}$ $\quad a_2 - a_1 = a_3 - a_2$

$b_n = x, 2, y$ $\quad (3\times 5^{2x}) - 5^{2x} = 5^{y} - (3\times 5^{2x})$

$b_2 - b_1 = b_3 - b_2$ $\quad 2\times 5^{2x} = 5^{y} - 3\times 5^{2x}$

$2 - x = y - 2$ $\quad 5\times 5^{2x} = 5^{y}$

$y = 4 - x$ $\quad 5^{2x+1} = 5^{y} \rightarrow 2x+1 = y$

$\begin{cases} 2x+1 = y \\ 4 - x = y \end{cases}$

$4 - x = 2x + 1$

$3 = 3x \rightarrow x = 1, y = 3$ $\Rightarrow y\times x = 1\times 3 = 3$

$\frac{2x - 4 + 4x}{2} = 2x - 1$

سوال ۵

$2x + 4x - 4 = 4x - 2 \Rightarrow 8x - 4x = -2 + 4$

$4x = 2 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

$2(\frac{1}{2}) - 4,\ 2(\frac{1}{2}),\ 4(\frac{1}{2}), \ldots$

$-3,\ 1,\ 3,\ 5$

$+2 \quad +2 \quad +2$

$t_4 = 5$ ✓

سوال ۶

$a_n = 3, 5, 7, \ldots$ $\quad a_n = 2n + 1$

$b_n = 2, 5, 8, \ldots$ $\quad b_n = 3n - 1$

$+2 \quad +3$

(۱) جمله مشترک دارد $(41, 35, 19, 17, 11, 5)$

$a_n = 3, (5), 7, 9, (11), 13, 15, (17), 19, 21, (23), 25, 27, (29), 31, 33, (35), 37, 39, (41)$

$b_n = 2, (5), 8, (11), 14, (17), 20, (23), 26, (29), 32, (35), 38, (41), 44, 47, 50, 53, 56, 59$

۱۴۰۴/۶/۲۴

سوال ۷

$a_1+a_2+a_3=21 \Rightarrow a+a+d+a+2d=21 \rightarrow 3a+3d=21$

$a+d=7$

$a_1+a_3+a_5=105 \Rightarrow a+a+2d+a+4d=105 \rightarrow 3a+6d=105$

$3(a+2d)=105$

$a+2d=35$

$\begin{cases} a+d=7 \\ a+2d=35 \end{cases} \quad \begin{cases} -a-d=-7 \\ a+2d=35 \end{cases} \Rightarrow d=28$

$7=28+a \Rightarrow a=-21$

$a_3-a_2+a_1 = a+2d-(a+d+a) = 35-7-21 = 7$

$a_1=-21$

$\Rightarrow \frac{a_3-a_2+a_1}{a_1} = \frac{7}{-21} = \frac{-1}{3}$ ✓

سوال ۸

$a_1+a_2+a_3=15 \quad a+a+d+a+2d=15 \rightarrow 3a+3d=15$

$a+d=5$

$a_2+a_5=25 \quad a+d+a+4d=25 \rightarrow 2a+7d=25$

$\begin{cases} a+d=5 \\ 2a+7d=25 \end{cases} \quad \begin{cases} -2a-2d=-10 \\ 2a+7d=25 \end{cases} \quad 5d=15$

$d=3 \quad a=2$

$a_1=2 \quad a_2=5 \quad a_3=8$

$+3 \quad +3$

$a_n=3n-1 \rightarrow 3(10)-1=29$ ✓

سوال ۹

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$S_3 = \frac{3}{2}(2a_1 + 2d) = 3(a_1+d) \quad \Big\} \quad S_9 = \frac{9}{2}(2a_1 + 8d) = 9(a_1 + 4d)$$

$$9(a_1+4d) = 9 \times 3(a_1+d) \rightarrow a_1 + 4d = 3a_1 + 3d$$

$$4d - 3d = 3a_1 - a_1$$

$$d = 2a_1$$

$$\frac{a_{20}}{a_7} = \frac{a_1 + 19d}{a_1 + 6d} = \frac{a_1 + 19(2a_1)}{a_1 + 6(2a_1)} = \frac{39a_1}{13a_1} = 3 \quad (\checkmark)$$

سوال ۱۰

$a_n \Rightarrow t_1 = 11 \qquad t_7 = 35$

$b_n \Rightarrow t_1 = 38$

$$\begin{cases} a = 11 \\ a + 4d = 35 \end{cases}$$

$$4d = 24 \rightarrow d = 6$$

$$a_4 = a + 3d = 11 + (3)(6) = 11 + 18 = 29$$

$b_1 = 38 \qquad b_{k+2} = 14 \Rightarrow b_{k+2} = b_1 + (k+1)d_b$

$$14 = 38 + (k+1)d_b$$

$$(k+1)d_b = -24 \rightarrow d_b = \frac{-24}{k+1}$$

$$b_4 = b_1 + 3d_b = 38 + 3d_b = 29 \rightarrow 3d_b = -9 \rightarrow d_b = -3$$

$$\frac{-24}{k+1} = -3 \rightarrow -24 = -3k - 3 \rightarrow -21 = -3k \Rightarrow k = 7 \quad (\checkmark)$$

تعداد واسطه‌ها بین ۳۸ و ۱۴

$$+38 \quad +29 \quad +20 \quad +11 \quad +2 \quad -7 \quad -16$$

$$-9 \quad -9 \quad -9 \quad -9 \quad -9$$