زهرا دهقانی　　گروه دخترانه A پایه دهم　　تکلیف شماره ۹۰

۱

الف) $y = x^۲ - ۵ \Rightarrow x^۲ = y + ۵ \to x = \pm\sqrt{y+۵} \to y + ۵ \geq ۰$

$y \geq -۵$

$R_f = [-۵, +\infty)$

ب) $y = x^۳ + ۱ \Rightarrow x^۳ = y - ۱ \to x = \sqrt[۳]{y-۱}$

$R_f = \mathbb{R}$

۲

الف) $y = x^۲ - ۴x + ۶ \Rightarrow y = x^۲ - ۴x + ۴ + ۲ \to y = (x-۲)^۲ + ۲$

$\to (x-۲)^۲ = y - ۲ \to x - ۲ = \pm\sqrt{y-۲} \to x = \pm\sqrt{y-۲} + ۲ \to y - ۲ \geq ۰ \to y \geq ۲$

$R_f = (۲, +\infty]$

ب) $y = x^۲ - ۵x + ۱ \Rightarrow y = x^۲ - ۵x + \frac{۲۵}{۴} - \frac{۲۱}{۴} \Rightarrow y = (x - \frac{۵}{۲})^۲ - \frac{۲۱}{۴} \to (x - \frac{۵}{۲})^۲ = y + \frac{۲۱}{۴}$

$\to x - \frac{۵}{۲} = \pm\sqrt{y + \frac{۲۱}{۴}} \to x = \pm\sqrt{y+\frac{۲۱}{۴}} + \frac{۵}{۲} \to y + \frac{۲۱}{۴} \geq ۰ \to y \geq -\frac{۲۱}{۴}$　$R_f = [-\frac{۲۱}{۴}, +\infty)$

۳

الف) $\frac{y}{۱} = \frac{x^۲ + ۳}{x^۲ - ۲} \Rightarrow yx^۲ - ۲y = x^۲ + ۳ \to yx^۲ - x^۲ = ۳ + ۲y = \frac{x^۲(y-۱)}{y-۱} = \frac{۳ + ۲y}{y-۱}$

$x^۲ = \frac{۳ + ۲y}{y-۱} = x = \pm\sqrt{\frac{۳+۲y}{y-۱}} \geq ۰ \to$　$-\frac{۳}{۲}$　۱　$+\ ۰\ -\ \text{ت.ن}\ +$　$R_f = (-\infty, -\frac{۳}{۲}] \cup (۱, +\infty)$

ب) $y = \frac{۲|x| + ۱}{|x| - ۴} \Rightarrow y|x| - ۴y = ۲|x| + ۱ \longrightarrow y|x| - ۲|x| = ۴y + ۱ \to \frac{|x|(y-۲)}{y-۲} = \frac{۴y+۱}{y-۲}$

$\to |x| = \frac{۴y+۱}{y-۲} \longrightarrow x = \pm\frac{۴y+۱}{y-۲} \to$　$-\frac{۱}{۴}$　۲　$+\ ۰\ -\ \text{ت.ن}\ +$　$R_f = (-\infty, -\frac{۱}{۴}] \cup (۲, +\infty)$

۴

$y = \frac{۱}{x^۲ - ۴x}$　　$yx^۲ - ۴xy = ۱ \longrightarrow yx^۲ - ۴yx - ۱ = ۰$

$ax^۲ + bx + c$

$\Delta = b^۲ - ۴ac$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a}$

$\Delta = ۱۶y^۲ + ۴y$

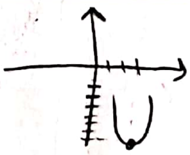
$x = \frac{۴ \pm \sqrt{۱۶y^۲ + ۴y}}{۲y}$

$\Delta \geq ۰ \to ۱۶y^۲ + ۴y \geq ۰ \to \frac{۴y(۴y+۱)}{۴y} \geq \frac{۰}{۴y} \to y \geq -\frac{۱}{۴}$

$R_f = [-\frac{۱}{۴}, +\infty)$

۵

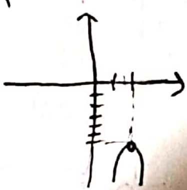
الف) $y = x^۲ - ۶x + ۲ \underset{a>۰}{\Longrightarrow} ext \begin{cases} x_{min} = \frac{-b}{۲a} = \frac{۶}{۲} = ۳ \\ y_{min} = -۷ \end{cases}$



$R_f = [y_{min}, +\infty)$

$R_f = [-۷, +\infty)$

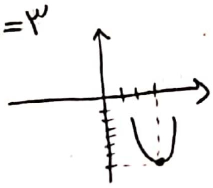
ب) $y = -x^۲ + ۴x + ۲ \underset{a<۰}{\Longrightarrow} ext \begin{cases} x_{max} = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۴}{-۲} = ۲ \\ y_{max} = -۶ \end{cases}$



$R_f = (-\infty, y_{max}]$

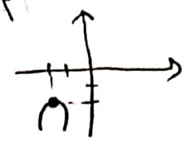
$R_f = (-\infty, -۶]$

الف) $y=\sqrt{x^۲-۶x+۲} \xRightarrow[a>۰]{} \text{ext} \begin{cases} x_{min}=\frac{-b}{۲a}=\frac{۶}{۲}=۳ \\ y_{min}=-۷ \end{cases}$ $R_f=\sqrt{[-۷,+\infty)}$



$R_f=[۰,+\infty)$ ۶

ب) $y=\sqrt{-x^۲+۴x+۱۰} \xRightarrow[a<۰]{} \text{ext} \begin{cases} x_{max}=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۴}{-۲}=۲ \\ y_{max}=۱۴ \end{cases}$ $R_f=\sqrt{(-\infty,۱۴]}$



$R_f=[۰,\sqrt{۱۴}]$

الف) $y=x^۷+۳x^۴+۲x+۱ \Longrightarrow R_f=(-\infty,+\infty)$ یا $R_f=\mathbb{R}$

ب) $y=\sqrt{x^۵+۴x^۲+۶x+۱} \Longrightarrow R_f=[۰,+\infty)$ ۷

الف) $y=\frac{۳x+۱}{x-۲} \Longrightarrow y=\frac{ax+b}{cx+d} \longrightarrow ad\neq cb \longrightarrow R_f=\mathbb{R}-\{\frac{a}{c}\}$

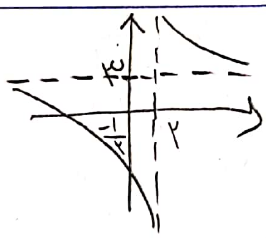
$R_f=\mathbb{R}-\{۳\}$

ب) $y=\sqrt{\frac{۴x+۱}{x+۳}} \Longrightarrow y=\frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow ad\neq cb \longrightarrow R_f=[۰,+\infty)-\{\sqrt{\frac{a}{c}}\}$ ۸

چون زیر رادیکال است

$\longrightarrow R_f=[۰,+\infty)-\{۲\}$

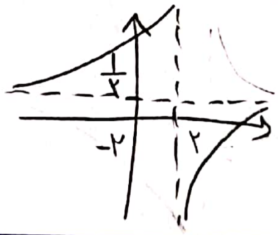
الف) $y=\frac{۳x+۱}{x-۲}$



مجانب قائم ← ریشه‌ی مخرج $= y = ۲$

مجانب افقی ← $\frac{a}{c} = x = ۳$

$ad-bc<۰$



ب) $y=\frac{۴x-۲}{۱-۲x}$ ۹

مجانب افقی ← $\frac{a}{c} = x = ۲$

مجانب قائم ← ریشه‌ی مخرج $= y = \frac{۱}{۲}$

الف) $y=\cos^۲x+\frac{۱}{\cos^۲x} \Longrightarrow y=a+\frac{۱}{a} \xrightarrow{a>۰} [۲,+\infty)$

$R_f=[۲,+\infty)$

ب) $y=\sqrt[۳]{\frac{x^۲+۱}{x}} \Longrightarrow y=\sqrt[۳]{x+\frac{۱}{x}} \xrightarrow{a<۰} \sqrt[۳]{(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)}$ ۱۰

$R_f=(-\infty,-\sqrt[۳]{۲}]\cup[\sqrt[۳]{۲},+\infty)$