عسل رمضانی — دهم دختران ۸ — تکلیف ۹

۱

الف) $y = x^2 - 5 \Rightarrow x^2 = y + 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{y-5} \Rightarrow y - 5 \geq 0 \Rightarrow y \geq 5 \Rightarrow R_f = [5, +\infty)$

ب) $y = x^3 + 1 \Rightarrow x^3 = y - 1 \Rightarrow x = \sqrt[3]{y-1} \Rightarrow R_f = \mathbb{R}$

۲

الف) $y = x^2 - 4x + 6 \Rightarrow x^2 - 4x + 6 - y = 0 \Rightarrow \Delta \geq 0 \Rightarrow b^2 - 4ac \geq 0 \Rightarrow 16 - 24 + 4y \geq 0$
$\Rightarrow 4y \geq 8 \Rightarrow y \geq 2 \Rightarrow R_f = [2, +\infty)$

ب) $y = x^2 - 5x + 1 \Rightarrow x^2 - 5x + 1 - y = 0 \Rightarrow \Delta \geq 0 \Rightarrow b^2 - 4ac \geq 0 \Rightarrow 25 - 4 + 4y \geq 0 \Rightarrow 4y \geq -21$
$\Rightarrow y \geq -\frac{21}{4} \Rightarrow R_f = [-\frac{21}{4}, +\infty)$

۳

الف) $y = \frac{x^2+3}{x^2-2} \Rightarrow x^2 y - 2y = x^2 + 3 \Rightarrow x^2 y - x^2 = 2y + 3 \Rightarrow x^2(y-1) = 2y + 3 \Rightarrow x^2 = \frac{2y+3}{y-1}$
$\Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{2y+3}{y-1}} \Rightarrow$ (جدول علامت: -1.5، 1: $+ \; - \; +$) $R_f = (-\infty, -\frac{3}{2}] \cup (1, +\infty)$

ب) $y = \frac{2|x|+1}{|x|-4} \Rightarrow |x|y - 4y = 2|x| + 1 \Rightarrow |x|y - 2|x| = 4y + 1 \Rightarrow |x|(y-2) = 4y + 1 \Rightarrow |x| = \frac{4y+1}{y-2}$
(جدول علامت: $-\frac{1}{4}$، 2: $+ \; - \; +$) $\Rightarrow R_f = (-\infty, -\frac{1}{4}] \cup (2, +\infty)$

۴

$y = \frac{1}{x^2 - 4x} \Rightarrow x^2 y - 4xy = 1 \Rightarrow x^2 y - 4xy - 1 = 0 \Rightarrow \Delta \geq 0 \Rightarrow b^2 - 4ac \geq 0 \Rightarrow 16y^2 + 4y \geq 0$
$\Rightarrow y \geq 0 \Rightarrow R_f = [0, +\infty)$

۵

الف) $y = x^2 - 6x + 2 \xrightarrow{a>0} x_{min} = \frac{-b}{2a} = 3 \Rightarrow y_{min} = 9 - 18 + 2 = -7 \Rightarrow R_f [-7, +\infty)$

ب) $y = -x^2 + 4x + 2 \xrightarrow{a<0} x_{max} = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2 \Rightarrow y_{max} = -4 + 8 + 2 = 6 \Rightarrow R_f = (-\infty, 6]$

۶

الف) $y = \sqrt{x^2 - 6x + 2} \xrightarrow{a>0} x_{min} = \frac{-b}{2a} = 3 \Rightarrow y_{min} = 9 - 18 + 2 = -7 \Rightarrow R_f = \sqrt{[-7, +\infty)} = [0, +\infty)$

ب) $y = -x^2 + 4x + 10 \xrightarrow{a<0} x_{max} = \frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow y_{max} = -4 + 8 + 10 = 14 \Rightarrow R_f = \sqrt{(-\infty, 14]} = [0, \sqrt{14}]$

۷

الف) $y = x^7 + 3x^4 + 2x + 1 \longrightarrow$ بزرگترین توان فرد است $\Rightarrow R_f = \mathbb{R}$

ب) $y = x^5 + 4x^2 + 6x + 1 \longrightarrow$ بزرگترین توان فرد است $\Rightarrow R_f = \sqrt{\mathbb{R}} = [0, +\infty)$

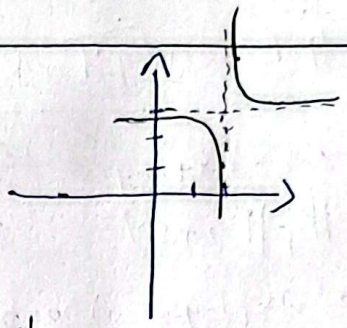
الف) $y=\frac{3x+1}{x-2}$; $\frac{a}{c}=\frac{3}{1}$ ⇒ $R_f=\mathbb{R}-\{3\}$

ب) $y=\sqrt{\frac{4x+1}{x+3}}$, $\frac{a}{c}=4$ ⇒ $R_f=\mathbb{R}-\{4\}$

۸

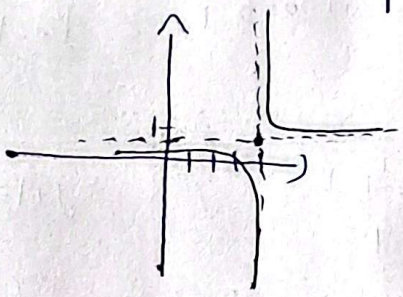
الف) $y=\frac{3x+1}{x-2}$ → مجانب قائم = ریشه مخرج = ۲

↘ مجانب افقی = $\frac{a}{c}=3$



ب) $y=\frac{4x-2}{1-2x}$ / مجانب قائم = $\frac{1}{2}$

↘ مجانب افقی = ۴



۹

الف) $y=\cos^2 x+\frac{1}{\cos^2 x}$ → $\cos^2 x \geq 0$ ⇒ $R_f=[2,+\infty)$

۱۰

ب) $y=\sqrt[3]{\frac{x^2+1}{x}}=\sqrt[3]{x+\frac{1}{x}}$ ⇒ $R_f=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$