کیمیا مرادی

تکلیف شماره 8-

-1

الف) $f(x)=\sqrt{x|x|}$ ، $g(x)=x$ ✗

$\sqrt{x^2}=|x| \begin{cases} x>0 \to x \\ x<0 \to -x \\ x=0 \to 0 \end{cases}$

$D_f \neq D_g$

ب) $f(x)=\frac{(x+3)(x+1)+x+4}{x^2+5x+7}$ ، $g(x)=1$ ✓

ضابطه ها یکسان و دامنه یکسان

$x^2+4x+3+x+4 \Rightarrow \frac{x^2+5x+7}{x^2+5x+7}=1$

$\Delta<0$

ج) $f(x)=\frac{4\sin^2x-6\sin x}{2\sin x-3}$ ، $g(x)=2\sin x$ ✓

$\frac{2\sin x\,(\cancel{2\sin x-3})}{\cancel{2\sin x-3}}=2\sin x$

$\Delta<0 \leftarrow 2\sin x-3$ $\to -1\le \sin x\le 1 \to -2\le 2\sin x\le 2$

د) $f(x)=\frac{x}{|x|}$ ، $g(x)=\frac{|x|}{x}$ ✗

دامنه ها یکسان نیست

$|x| \to \begin{cases} x>0 \to \frac{x}{|x|}=1 \\ x<0 \to \frac{x}{-x}=-1 \end{cases}$

0

-2

الف) $f(x)=\left[\frac{x^2}{x^2+1}\right]$ ، $g(x)=[x-[x]]$ ✓

$x^2+1>x^2 \Rightarrow 0$

$x\ge[x]$

$D_f=D_g$

ب) $f(x)=\frac{1}{[2x]}$ ، $g(x)=\frac{1}{2[x]}$ $\quad f(x)\neq g(x)$ ✗

$[2x]\neq 2[x] \to D_f\neq D_g$

ج) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x-|x|}}$ ، $g(x)=\frac{1}{\sqrt{|x|-x}}$ ✗

$x-|x|$ $\quad |x|-x$

$D_f=\varnothing$ $\quad g(x)=(-\infty,0)$

د) $f(x)=\begin{cases} \frac{x^3-x}{x-1} & : x\neq 1 \\ 2 & : x=1 \end{cases}$ ، $g(x)=x^2+x$ ✓

$x(x^2-1) \to \frac{x\,\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{x-1}}=x^2+x$

$D_f=D_g=\mathbb{R}$

-3

$f(x)+g(x)=x^2+x+1$

$f(x)-g(x)=x^2-x+1$

$f^2(x)-g^2(x)= ? \;(f(x)+g(x))(f(x)-g(x))$

$(x^2+x+1)(x^2-x+1)=x^4\cancel{-x^3}\cancel{+x^2}\cancel{+x^3}\cancel{-x^2}\cancel{+x}\cancel{+x^2}\cancel{-x}+1$

x^4+x^2+1

$$+\begin{cases} f(x)-\cancel{g(x)}=x^2-\cancel{x}+1 \\ f(x)+\cancel{g(x)}=x^2+\cancel{x}+1 \end{cases}$$

$2f(x)=2x^2+2 \to f(x)=x^2+1$

$\cancel{x^2+1}-g(x)=\cancel{x^2}-x+1$

$-g(x)=-x \to g(x)=x$

-4

$[2,+\infty)\cup(-\infty,-2]$

$\mathbb{R}$

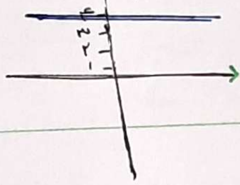
$f(x)=x-\sqrt{x^2-4} \to D_f=\begin{cases}x\geq 2\\ x\leq -2\end{cases} \cup \to ([2,+\infty)\cup(-\infty,-2])\cap\mathbb{R}$

$g(x)=x+\sqrt{x^2-4} \to D_g=\mathbb{R}\cap([2,+\infty)\cup(-\infty,-2]) \to$

$f\times g$

C $\quad [2,+\infty)\cup(-\infty,-2]$

$g(x)\times f(x)=(x-\sqrt{x^2-4})(x+\sqrt{x^2-4}) \to \cancel{x^2}-\cancel{x^2}+4=4$



-5

$f(x)=\dfrac{ax+3}{x^2-mx+n} \to \quad \dfrac{3}{2}-5=\dfrac{-7}{2}$

$am-bn$

$g(x)=\dfrac{x-b}{2x^2-3x-5} \to (x-5)(x+1) \to \dfrac{5}{2}, -1$

$D_f=D_g=\mathbb{R}-\{\frac{5}{2},-1\}$

$m=\dfrac{5}{2}-1=\dfrac{3}{2}$

$n=\dfrac{5}{2}\times(-1)=-\dfrac{5}{2}$

$ax+3=x-b$

$a=1$

$b=-3$

-6

$f(x)=\dfrac{bx+2}{8x+b} \to b=4 \to f(x)=\dfrac{1}{2}$

$g(x)=c \quad c=\dfrac{1}{2}$

$D_g=\mathbb{R}-\{a\} \to a=\dfrac{-1}{2}$

$\dfrac{ab}{c}= ?$

$\dfrac{-1}{2}\times 4=-2 \qquad \dfrac{-2}{\frac{1}{2}}=-4$

−7/۴

۲f−۱ = {(−۱,۳),(۲,۷),(۳,−۵),(۰,۰)}

g = {(۲,۴),(۳,۹),(−۱,−۶),(۵,۰)}

R   f = {(−۱,۲),(۲,۴),(۳,−۲),(۰,۱/۲)}

۲g / (f+g) → {(۲,۸),(۳,۱۲),(−۱,−۸),(۵,۰)} / {(۲,۸),(۳,۴),(−۱,۲)}

{(۲,۱),(۳,۳),(−۱,−۴)} → R = {۱,۳,−۴}

−8/۴

f = {(~~۲,a~~),(−۳, ~~۳a−۲b~~),(c,۵),(۲,d)}

g = {(~~۲,−۱~~),(~~−۳,۱~~),(a−۳b,۵)}

a = −۱

d + c = ؟

−۳−۲b = ۱ → ۴ = −۲b → b = −۲

−۱ + ۵ = ۴

a − ۳b = c → −۱ + ۶ = ۵

−9/۴

f(x) = √(−x²+x−m) → D_f = a → √(−a²+a−m) = b

g(x) = {(a,b)}

−√m = b

a + b = ؟ ۱/۴

m≠۰ → هر x به ۲ y دارد

a = −۱

m = ۰

b = ۰

−10/۴

f(x) = (۲x+a)/(x²+۹x+b)

a + b + c = ؟

g(x) = ۲/(x−c)

(۲x+a)/(x²+۹x+b) = ۲/(x−c)

x²+۹x+b = x−c

b → −۷

x²+۹x−۷ → (x+۷)(x−۱)

حذف شدنی → a → { ۱,۵ ; ۴,۴ ; ۳,۳ ; −۱,۷ }

۲/(x+۷) ← = ۲(~~x−۱~~) / ((x+۷)(~~x−۱~~))

c = −۷

b = −۷

a = −۲

\+ → −۱۹/۴