پرنیان باقری / پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۸ / دهم دفتر A

۱۹,۲۵

الف) $f(x)=\sqrt{x|x|}\ ,\ g(x)=x \rightsquigarrow x|x|\geq ۰ \rightsquigarrow x\geq ۰ \Rightarrow D_f=[۰,+\infty)\ ,\ D_g=\mathbb{R} \Rightarrow f(x)\neq g(x)$

ب) $f(x)=\frac{(x+۳)(x+۱)+x+۴}{x^۲+۵x+۷}\ ,\ g(x)=۱ \rightsquigarrow f(x)=\frac{x^۲+۵x+۷}{x^۲+۵x+۷}=۱\ ,\ D_f\overset{\Delta<۰}{=}\mathbb{R}\ ,\ D_g=\mathbb{R} \Rightarrow f(x)=g(x)$

ج) $f(x)=\frac{۴\sin^۲x-۶\sin x}{۲\sin x-۳}\ ,\ g(x)=۲\sin x \rightsquigarrow D_f=\mathbb{R},\ D_g=\mathbb{R}\ ,\ f(x)=\frac{۲\sin x(۲\sin x-۳)}{۲\sin x-۳}=۲\sin x \Rightarrow f(x)=g(x)$ ۱

د) $f(x)=\frac{x}{|x|}\ ,\ g(x)=\frac{|x|}{x} \rightsquigarrow f(x)=\pm۱\ ,\ g(x)=\pm۱\ ,\ D_f=D_g=\mathbb{R}-\{۰\} \Rightarrow f(x)=g(x)$

۲

الف) $f(x)=\left[\frac{x^۲}{x^۲+۱}\right]\ ,\ g(x)=[x-[x]] \rightsquigarrow f(x)=۰\ \left(۰\leq\frac{x^۲}{x^۲+۱}<۱\right)\ ,\ g(x)=۰,\ D_f=D_g=\mathbb{R} \Rightarrow f(x)=g(x)$

ب) $f(x)=\frac{۱}{[۲x]}\ ,\ g(x)=\frac{۱}{۲[x]} \rightsquigarrow D_f=[۰,\frac{۱}{۲}),\ D_g=\mathbb{R}-[۰,۱)\ ,\ \frac{۱}{[۲x]}\neq\frac{۱}{۲[x]} \Rightarrow f(x)\neq g(x)$ ✓

ج) $f(x)=\frac{۱}{\sqrt{x-|x|}}\ ,\ g(x)=\frac{۱}{\sqrt{|x|-x}} \rightsquigarrow x-|x|>۰ \rightsquigarrow D_f=\varnothing\ ,\ |x|-x>۰ \rightsquigarrow x<۰ \rightsquigarrow D_g=(-\infty,۰) \Rightarrow f(x)\neq g(x)$ ✓ ۲

د) $f(x)=\begin{cases}\frac{x^۳-x}{x-۱} & ;x\neq ۱\\ ۲ & ;x=۱\end{cases}\ ,\ g(x)=x^۲+x \rightsquigarrow \frac{x^۳-x}{x-۱}=\frac{x(x-۱)(x+۱)}{x-۱}=x^۲+x \Rightarrow f(x)=g(x)$ ✓

$D_f=D_g=\mathbb{R} \leftarrow$ * تنها عددی که ضابطه اول را تعریف نشده می‌کند، شامل تابع نیست

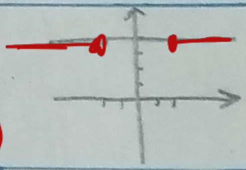
$\begin{cases}f(x)+g(x)=x^۲+x+۱\\ f(x)-g(x)=x^۲-x+۱\end{cases} \rightsquigarrow ۲f(x)=۲x^۲+۲ \rightsquigarrow \boxed{f(x)=x^۲+۱} \rightarrow \boxed{g(x)=x}$, $f^۲(x)-g^۲(x)=(x^۲+۱)^۲-x^۲=x^۴+۱+۲x^۲-x^۲=\boxed{x^۴+x^۲+۱}$

۲ ۳

$f(x)=x-\sqrt{x^۲-۴} \rightsquigarrow x^۲-۴\geq۰ \rightsquigarrow x\geq۲,\ x\leq-۲$

$g(x)=x+\sqrt{x^۲-۴} \rightsquigarrow x\geq۲,\ x\leq-۲$

$f\times g=(x-\sqrt{x^۲-۴})(x+\sqrt{x^۲-۴})=۴$



۱,۵ ۴

$\frac{ax+۲}{x^۲-mx+n}=\frac{x-b}{۲x^۲-۳x-۵} \rightsquigarrow \frac{۲ax+۴}{۲x^۲-۲mx+۲n}=\frac{x-b}{۲x^۲-۳x-۵} \rightsquigarrow$

$۲a=۱ \Rightarrow \boxed{a=\frac{۱}{۲}}\ ,\ -b=۴ \rightsquigarrow \boxed{b=-۴}$

$۲m=۳ \Rightarrow \boxed{m=\frac{۳}{۲}}\ ,\ ۲n=-۵ \rightsquigarrow \boxed{n=\frac{-۵}{۲}}$

$am-bn=\frac{۳}{۴}-۱۰=\frac{-۳۷}{۴}$

۲ ۵

$۸x+b\neq۰ \rightsquigarrow x\neq\frac{-b}{۸} \rightsquigarrow a=\frac{-b}{۸}\ ,\ \frac{bx+۲}{۸x+b}=c \rightsquigarrow bx+۲=۸cx+bc \rightsquigarrow b=۸c\ ,\ bc=۲ \rightsquigarrow ۸c^۲=۲ \rightsquigarrow c=\pm\frac{۱}{۲}$

$\Rightarrow b=\pm۴,\ a=\pm\frac{۱}{۲} \rightsquigarrow \frac{ab}{c}=\pm۴$

۲ ۶

$f=\{(-۱,۲),(۲,۴),(۳,-۲),(۰,\frac{۱}{۲})\}$

$g=\{(۲,۴),(۳,۶),(-۱,-۴),(۵,۰)\}$

$\frac{۲g}{f+g}=\{$ ~~$(-۱,-۴)$~~ $,(۲,۱),(۳,۳)\}$ $\quad -۱,\ \frac{۸}{-۲}$

۱,۷۵ ۷

$f=\{(۲,a),(-۳,۳a-۲b),(c,۵),(۲,d)\}$

$g=\{(۲,-۱),(-۳,۱),(a-۳b,۵)\}$

$a=(-۱)\ ,\ d=(-۱)$

$b=(-۲)$

$c=۵ \qquad d+c=۴$

۲ ۸

$b=۰ \rightsquigarrow ۱-۴m=۰ \rightsquigarrow m=\frac{۱}{۴} \rightsquigarrow a=\frac{-۱}{-۲}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow a+b=\frac{۱}{۲}+۰=\frac{۱}{۲}$

۲ ۹

$\frac{۲x+a}{x^۲+۶x+b}=\frac{۲}{x-c} \rightsquigarrow ۲x^۲-۲xc+ax-ac=۲x^۲+۱۲x+۲b \rightsquigarrow -۲c+a=۱۲\ ,\ -ac=۲b$

$\frac{۲(x+\frac{a}{۲})}{(x+\frac{a}{۲})(x-c)}=\frac{۲}{x-c} \rightsquigarrow c=\frac{-a}{۲} \Rightarrow a+a=۱۲ \rightsquigarrow a=۶\ ,\ c=(-۳)\ ,\ b=۹ \rightsquigarrow a+b+c=۱۲$

۲ ۱۰