۱۷,۲۵

آیلا جعفری - تکلیف ستاره هشت - گروه دختر A

-۱

ص

الف) $f(x)=\sqrt{x|x|}$, $g(x)=x$ → $\boxed{\propto}$

$D_f=\mathbb{R}^+ + \{0\}$ $D_g=\mathbb{R}$

ب) $f(x)=\dfrac{(x+3)(x+1)+x+4}{x^2+5x+7}$, $g(x)=1$

ریشه ندارد. چون $\Delta<0$ ؛ $D_f=\mathbb{R}$

$\dfrac{x^2+4x+3+x+4}{x^2+5x+7}=\dfrac{x^2+5x+7}{x^2+5x+7}=1$

→ ✓ ضابطه‌ها یکسان عمل می‌کنند

ج) $f(x)=\dfrac{4\sin^2 x-6\sin x}{2\sin x-3}$, $g(x)=2\sin x$

$\dfrac{2\sin x\,\cancel{(2\sin x-3)}}{\cancel{2\sin x-3}}$ ، و مخرج صفر نمی‌شود. چون: $\sin x\neq\frac{3}{2}$ تا $x\neq 0$ - این شرط همیشه برقراره.

→ ✓ و ضابطه‌ها یکسان عمل می‌کنند. → $D_f=D_g=\mathbb{R}$

د) $f(x)=\dfrac{x}{|x|}$, $g(x)=\dfrac{|x|}{x}$

$D_f=\mathbb{R}-\{0\}$ $D_g=\mathbb{R}-\{0\}$

-۲

الف) $f(x)=\left[\dfrac{x^2}{x^2+1}\right]$, $g(x)=[x-[x]]$ $g(x)=0$ →

$D_f=\mathbb{R}$ $D_g=\mathbb{R}$ ⟶ $f(x)=0$ → $\boxed{\checkmark}$ ✓ ص

ب) $f(x)=\dfrac{1}{[2x]}$, $g(x)=\dfrac{1}{2[x]}$ → $D_g=(-\infty,0)\cup[1,+\infty)$

$D_f=(-\infty,0)\cup[1,+\infty)$

اما اگر $x=\frac{1}{2}$ باشد: $f(x)=1$ و $g(x)=\frac{1}{0}=$ ت.ن → $\boxed{\propto}$ ✓

ج) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x-|x|}}$, $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{|x|-x}}$ ⇒ $D_f\neq D_g$ → $\boxed{\propto}$ ✓

$D_f=\mathbb{R}^+$ چون $x-|x|\geq 0 \to x\geq|x|$

$|x|-x\geq 0\to |x|\geq x \to D_g=\mathbb{R}$

د) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-x}{x-1} & ; x\neq 1\\ 2 & ; x=1\end{cases}$, $g(x)=x^2+x$ → $D_g=\mathbb{R}$ ، $D_f=\mathbb{R}$ → $\boxed{\checkmark}$ ✓

$\to \dfrac{x^3-x}{x-1}=\dfrac{x(x^2-1)}{x-1}=\dfrac{x\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{x-1}}=x^2+x$

-۳

۲

$$\begin{cases} f(x)+g(x)=x^۲+x+۱ \\ f(x)-g(x)=x^۲-x+۱ \end{cases}$$

⊕

$۲f(x)=۲x^۲+۲ \Rightarrow f(x)=x^۲+۱$

$g(x)=x$

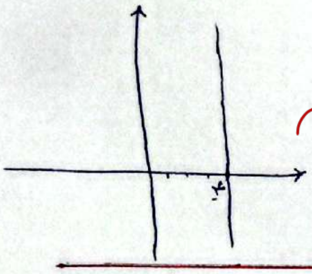
$\to f^۲(x)-g^۲(x)=(x^۲+۱)^۲-x^۲=x^۴+۲x^۲+۱-x^۲=\boxed{x^۴+x^۲+۱}$ ✓

-۴

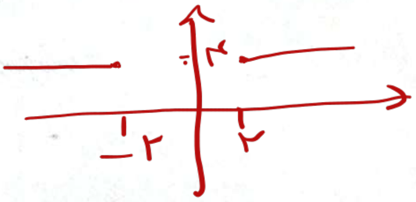
۱٫۵

$D_f:?\ \to x^۲-۴\geq ۰ \to x^۲\geq ۴ \to x\geq ۲,\ x\leq -۲ \to D_f=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)=D_g$

$\to f\times g=(x-\sqrt{x^۲-۴})(x+\sqrt{x^۲-۴})=x^۲-(\sqrt{x^۲-۴})^۲=x^۲-(x^۲-۴)=۴$



این اصلاً تابع نیست



-۵

$\to ۲x^۲-۳x-۵=۰ \xrightarrow[\text{دلتا}]{\text{روش}} x=\frac{-(-۳)\pm\sqrt{(-۳)^۲-۴(۲)(-۵)}}{۲(۲)} \to x=\frac{۵}{۲},\ x=-۱ \to g(x)=\frac{x-b}{(۲x-۵)(x+۱)}$

$\to x^۲-mx+n = (x-\frac{۵}{۲})(x+۱)$

$= k(x-\frac{۵}{۲})(x+۱)$

k عدد ثابت

$\xrightarrow{\text{مخرج‌ها}} x^۲-mx+n=(۲x^۲-۳x-۵)k \to k=\frac{۱}{۲}$

$\xrightarrow{\text{صورت‌ها}} ax+۲=k(x-b) \to =\frac{۱}{۲}x-\frac{b}{۲}$, $x^۲-mx+n=x^۲-\frac{۳}{۲}x-\frac{۵}{۲} \to m=\frac{۳}{۲},\ n=-\frac{۵}{۲}$

$am-bn=(\frac{۱}{۲})(\frac{۳}{۲})-(-۴)(-\frac{۵}{۲})=\boxed{-\frac{۳۷}{۴}}$

۲

-۶

۱

$D_g=D_f \to D_f=R-\{a\}$ $\quad ax+b=۰ \to x=-\frac{b}{a} \to a=\frac{-b}{a} \to -b=a^۲$

ضریب x در صورت $\to b$

در مخرج $\to a$ $\xrightarrow{\text{نقطه استثنای برد}} = c=\frac{b}{a} \to \frac{ab}{c}=\frac{ab}{\frac{b}{a}}=a\cancel{b}\times\frac{a}{\cancel{b}}=\boxed{a^۲=-b}$ ✓

$\rightarrow f(x)=\{(-۱,۲),(۲,۴),(۳,-۲),(۰,\frac{۱}{۲})\}$ $\nearrow ۲g=\{(۲,۸),(۳,۱۲),(-۱,-۸),(۵,۰)\}$ ۷-

$g(x)=\{(۲,۴),(۳,۶),(-۱,-۴),(۵,۰)\}$ $\searrow f+g=\{(۲,۸),(۳,۴),(-۱,-۲)\}$

۳

$\xrightarrow{\text{چون دامنه مشترک}} \frac{۲g}{f+g}=\{(۲,\frac{۸}{۸}),(۳,\frac{۱۲}{۴}),(-۱,\frac{-۸}{-۲})\}=\{(۲,۱),(۳,۳),(-۱,۴)\}$

$\rightarrow \underline{a=d=-۱}$ ۸-

$\rightarrow ۳a-۲b=+۱ \rightarrow ۳\overset{-۳}{\cancel{(-۱)}}-۲b=۱ \rightarrow \underline{b=-۲}$ $\Rightarrow d+c=-۱+۵=\boxed{۴}$

$\rightarrow a-۳b=(-۱)-\overset{-۶}{\cancel{۳(-۲)}}=-۱+۶=\underline{۵=c}$

۳

$\rightarrow x^۲-x+m\leq۰ \xrightarrow[\text{نقطه است، باید یک ریشه داشته باشد.}]{\text{چون فقط یک}} \Delta=۰ \rightarrow b^۲-۴ac=۰ \rightarrow a=۱,\ b=-۱,\ c=m \rightarrow ۱-۴m=۰ \rightarrow m=\frac{۱}{۴}$ ۹-

$\Rightarrow x^۲-x+\frac{۱}{۴}\leq۰ \rightarrow (x-\frac{۱}{۲})^۲\leq۰ \Rightarrow (x-\frac{۱}{۲})^۲=۰ \rightarrow x=\frac{۱}{۲} \rightarrow D_f=\{\frac{۱}{۲}\}$

۲

$\xrightarrow[f(\frac{۱}{۲})\text{ را}]{\text{مقدار}} f(\frac{۱}{۲})=\sqrt{\underset{-\frac{۱}{۴}}{\cancel{-(\frac{۱}{۲})^۲}}+\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۴}}=\sqrt{۰}=۰ \Rightarrow f(x)=\{(\frac{۱}{۲},۰)\}=\{(a,b)\} \rightarrow \begin{matrix} a=\frac{۱}{۲} \\ b=۰ \end{matrix} \Rightarrow a+b=\boxed{\frac{۱}{۲}}$

۱,۷۵ ۱۰-

$\frac{۲x+a}{x^۲+۶x+b}=\frac{۲}{x-c} \rightarrow \begin{matrix} ۲x+a=۲\times(\cdots) \\ x^۲+۶x+b=(x-c)\times(\cdots) \end{matrix}$

$\rightarrow \frac{۲(x-c)}{(x-c)(x+k)}=\frac{۲}{x-c} \rightarrow (۲x+a)(x-c)=۲(x^۲+۶x+b)$

$۲x^۲-۲cx+ax-ac=۲x^۲+۱۲x+۲b$

$۲x^۲+(a-۲c)x-ac=۲x^۲+۱۲x+۲b$

$\rightarrow a-۲c=۱۲$

$-ac=۲b$

$\xrightarrow{\text{چون}} x-c=۰ \rightarrow x=c \rightarrow \underbrace{x^۲+۶x+b}=۰ \rightarrow \Delta=۰.$

$(x-c)^۲=x^۲-۲cx+c^۲ \rightarrow -۲c=۶ \rightarrow \underline{c=-۳}$ ✓

$b=c^۲ \rightarrow \underline{b=۹}$ ✓

$a-۲c=۱۲ \rightarrow a+۶=۱۲$

✓ $\underline{a=۶}$

$\Rightarrow a+b+c=۶+۹-۳=\cancel{۱۸}$ ۱۲