تکلیف شماره ۸ سارینا زارع دهم دختر جمعه‌ها

---

①

الف) $D_{f(x)} = [۰, +\infty)$ / $D_{g(x)} = \mathbb{R}$ مساوی نیستند ✗

زیر رادیکال نامنفی

ب) $f(x) = \dfrac{(x+۳)(x+۱)+x+۴}{x^۲+۵x+۷} \rightarrow \dfrac{x^۲+۵x+۷}{x^۲+۵x+۷} = ۱$

$x^۲+۴x+۳+x+۴$

$g(x) = ۱ \rightarrow D_g = \mathbb{R}$ $\quad D_f = \mathbb{R}$

فقط در $x=۰$ برابرند پس مساوی نیستند ✗.

ج) $f(x) = \dfrac{۴\sin^۲ x - ۶\sin x}{۲\sin x - ۳} \rightarrow \dfrac{۲\sin x\,\cancel{(۲\sin x - ۳)}}{\cancel{۲\sin x - ۳}} = ۲\sin x$

$\downarrow D_f = \mathbb{R}$ $\quad \rightarrow \sin x \neq \frac{۳}{۲} \rightarrow$ همیشه برقرار

$g(x) = ۲\sin x \rightarrow D_g = \mathbb{R}$

مساوی اند ✓

د) $f(x) = \dfrac{x}{|x|}$ / $g(x) = \dfrac{|x|}{x} \rightarrow D_f = D_g = \mathbb{R} - \{۰\} \rightarrow$ مساوی اند ✓

$-۱ \rightarrow \dfrac{-۱}{|-۱|} = \boxed{-۱}$ $\quad -۱ \rightarrow \dfrac{|-۱|}{-۱} = \boxed{-۱}$ ضابطه برابر

---

②

الف) $D_g = \mathbb{R}$ / $D_{f(x)} \Rightarrow \underbrace{\left[\dfrac{x^۲}{x^۲+۱}\right]}_{۰} \rightarrow D = \mathbb{R}$

$g(x) = [\underbrace{x - [x]}_{[۰,۱)}] = ۰$

کاملا برابرند ✓

ب) $f(x) = \dfrac{۱}{[۲x]}$, $g(x) = \dfrac{۱}{۲[x]}$

$[۲x] \neq ۰ \rightarrow D_f = \mathbb{R} - [۰, \frac{۱}{۲})$ $\quad \rightarrow D_g = \mathbb{R} - [۰,۱)$

دامنه‌ها مساوی نیستند پس برابر نیستند ✗

ج) $f(x) = \dfrac{۱}{\sqrt{x-|x|}} \xrightarrow{x \geq ۰ \text{ اگر}} |x| - x = ۰ \rightarrow D_f = \varnothing$

$g(x) = \dfrac{۱}{\sqrt{|x|-x}} \rightarrow D_g = (-\infty, ۰)$

دامنه‌ها نامساوی پس برابر نیستند ✗

د) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^۳ - x}{x-۱} & ; x \neq ۱ \\ ۲ & ; x = ۱ \end{cases} \rightarrow \dfrac{x(x^۲-۱)}{x-۱} \rightarrow \dfrac{x(x-۱)(x+۱)}{x-۱} \rightarrow f(۱) = ۲$

$g(x) = x^۲ + x \rightarrow g(۱) = ۱^۲ + ۱ = ۲$

$\rightarrow \boxed{D_g(x) = \mathbb{R}}$ $\quad \boxed{D_f = \mathbb{R}}$

توابع برابرند ✓

(۳)

$f(x)+g(x)=x^{۲}+x+1$, $f(x)-g(x)=x^{۲}-x+1$

$f^{۲}(x)-g^{۲}(x)=?$

جمع دستگاه: $۲f(x)=۲x^{۲}+۲ \rightarrow f(x)=x^{۲}+1$

$\rightarrow ۲g(x)=۲x \rightarrow g(x)=x$

$g(x)=? \rightarrow x$

$f(x)=? \rightarrow x^{۲}+1$

$(x^{۲}+1)^{۲}-(x)^{۲} \rightarrow x^{۴}+۲x^{۲}+1-x^{۲} \Rightarrow \boxed{x^{۴}+x^{۲}+1}$

---

(۴)

$f(x)=x-\sqrt{x^{۲}-۴}$

$g(x)=x+\sqrt{x^{۲}-۴}$

$f\times g \Rightarrow (x-\sqrt{x^{۲}-۴})(x+\sqrt{x^{۲}-۴})=x^{۲}-(x^{۲}-۴)=\boxed{۴}$

$f\times g=? \rightarrow ۴$

---

(۵)

$f(x)=\dfrac{ax+۲}{x^{۲}-mx+n}$

$g(x)=\dfrac{x-b}{۲x^{۲}-۳x-۵}$

$(ax+۲)(۲x^{۲}-۳x-۵)=(x-b)(x^{۲}-mx+n)$

$g(x)=f(x) \rightarrow am-bn=?$

$\rightarrow a=\frac{۱}{۲} / b=-۴ / m=\frac{۳}{۲} / n=\frac{-۵}{۲}$

$am-bn=\frac{-۳۷}{۴}$

$\rightarrow a=\frac{۱}{۲}, b=\frac{۵}{۲}, m=-۵, n=۴$

$am-bn=\frac{-۲۵}{۲}$

$\rightarrow a=\frac{۱}{۲}, b=-1, m=\frac{-۳}{۲}, n=-1۰$

$am-bn=\frac{-۴۳}{۴}$

$\rightarrow ۲ax^{۳}+(-۳a+۴)x^{۲}+(-۵a-۶)x-1۰=x-mx^{۲}-bx^{۲}+(n+bm)x-bn$

$m+b=-۲/۵$ $n+bm=-۸/۵$ $bn=1۰$

---

(۶)

$f(x)=\dfrac{bx+۲}{۸x+b} \rightarrow ۸x+b\neq 0 \rightarrow x\neq\frac{-b}{۸}$

$\rightarrow a=\frac{-b}{۸}$

$g(x)=c$

$D_g=\mathbb{R}-\{a\}$

$a=\frac{-b}{۸} \Rightarrow \boxed{b=-۸a}$

$\frac{ab}{c}=?$ $c=\frac{۱}{۲} \rightarrow a=\frac{-۱}{۲}, b=۴, c=\frac{۱}{۲} \rightarrow \frac{ab}{c}=\boxed{-۴}$

$c=\frac{-۱}{۲} \rightarrow a=\frac{۱}{۲}, b=-۴, c=\frac{-۱}{۲} \Rightarrow \frac{ab}{c}=\boxed{۴}$

$bx+۲=c(۸x+b)$

$\rightarrow b=۸c$

$\rightarrow ۲=bc$

$c=\pm\frac{۱}{۲}$

$۲=۸c^{۲}$

⑦

$۲f-۱=\{(-۱,۳),(۲,۷),(۳,-۵),(۰,۰)\}\rightarrow f=\{(-۱,۲),(۲,۴),(۳,-۲),(۰,\frac{۱}{۲})\}$

$g=\{(۲,۴),(۳,۶),(-۱,-۴),(۵,۰)\}\rightarrow ۲g=\{(۲,۸),(۳,۱۲),(-۱,-۸),(۵,۰)\}$

$R_{\frac{۲g}{f+g}}=?=\{(-۱,\underbrace{\frac{-۸}{-۲}}_{۴})(۲,\underbrace{\frac{۸}{۸}}_{۱})(۳,\underbrace{\frac{۱۲}{۴}}_{۳})\}\rightarrow R=\{۴,۱,۳\}$

$f+g=\{(-۱,-۲),(۲,۸),(۳,+۴)\}$

---

⑧

$f=\{(۲,a),(-۳,۳a-۲b),(c,۵),(۲,d)\}=g=\{(۲,-۱),(-۳,۱),(a-۳b,۵)\}$

$d+c=?\rightarrow ۵-۱\boxed{=۴}$

$a=\boxed{d=-۱}$

$۳a-۲b=۱ \xrightarrow{a=-۱} -۳-۲b=۱\rightarrow -۲b=۴\rightarrow b=-۲$

$c=a-۳b \rightarrow -۱+۶=\boxed{۵=c}$

---

⑨

$f(x)=\sqrt{-x^۲+x-m}=g(x)=\{(a,b)\}$ / $a+b=?$

$x^۲-x+m\leq ۰$

$\Delta=(-۱)^۲-۴\times۱\times m=۱-۴m\rightarrow \boxed{x=\frac{۱}{۲}}$

ریشه مضاعف

$f(\frac{۱}{۲})\sqrt{-(\frac{۱}{۲})^۲+\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۴}}=\sqrt{۰}=۰$

$(\frac{۱}{۲},۰)$

$\boxed{۰+\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲}=۰/۵}$

---

⑩

$f(x)=\frac{۲x+a}{x^۲+۶x+b}=g(x)=\frac{۲}{x-c}\rightarrow D=\mathbb{R}-\{c\}$ / $a+b+c=?$

$\cancel{۲x^۲}+۱۲x+۲b=\cancel{۲x^۲}+ax-۲cx-ac$

$۱۲x=a-۲c\rightarrow \frac{a+۶=۱۲}{\boxed{a=۶}}$

$۲b=-ac\rightarrow(-۶)(-۳)=۲(۹)=۱۸$

$x^۲+۶x+b=(x-c)^۲=x^۲-۲cx+c^۲$ → $c=-۳$, $b=(-۳)^۲=۹$

$a=۶,\ b=۹,\ c=-۳\longrightarrow a+b+c=-۳+۹+۶=\boxed{۱۲}$