

تکلیف شماره ۱۸، گروه دهم A دفتر

« به نام خدا »

پریا نعل محمدی

الف) $f(x) = \sqrt{x|x|}$, $g(x) = x$ $D_g = \mathbb{R}$ $D_f = [0, +\infty)$ $\leftarrow x \geq 0$
 $D_f \neq D_g \rightarrow f(x) \neq g(x)$

ب) $f(x) = \frac{(x+3)(x+1)+x+2}{x^2+5x+6}$, $g(x) = 1$ $D_f = \mathbb{R}$ $D_g = \mathbb{R}$ ①
 ضوابط هم مانند یکدیگر عمل می کنند. $\leftarrow f(x) = g(x)$

ج) $f(x) = \frac{2\sin^2 x - 4\sin x}{2\sin x - 3}$, $g(x) = 2\sin x$ $D_g = \mathbb{R}$ $D_f = D_g$ ①

⑤ ضوابط / $2\sin x - 3 = 0 \rightarrow \sin x = \frac{3}{2}$ $\rightarrow$ هیچ کاه $\frac{3}{2}$ نمی شود. $\rightarrow D_f = \mathbb{R}$
 $f(x) = f(g)$ $\leftarrow$

د) $f(x) = \frac{x}{|x|}$, $g(x) = \frac{|x|}{x}$ $D_f = D_g = \mathbb{R} - \{0\}$ ①
 ضوابط یکسان عمل می کنند. $\leftarrow f(x) = g(x)$

الف) $f(x) = \left[\frac{x^2}{x^2+1} \right]$, $g(x) = [x - [x]]$ $D_f = D_g = \mathbb{R}$ ① $f(x) = g(x)$ ②

⑤ ضوابط یکسان عمل می کنند. $\leftarrow \frac{x^2}{x^2+1} < 1 \rightarrow f(x) = 0$ $\leftarrow x - [x] < 1 \rightarrow g(x) = 0$

ب) $f(x) = \frac{1}{[2x]}$, $g(x) = \frac{1}{2[x]}$ $\rightarrow 2[x] = 0 \rightarrow 0 \leq x < 1 \rightarrow D_g = \mathbb{R} - [0, 1)$

$\rightarrow [2x] = 0 \rightarrow 0 \leq 2x < 1 \rightarrow 0 \leq x < \frac{1}{2} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - [0, \frac{1}{2})$

ج) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-|x|}}$, $g(x) = \frac{1}{\sqrt{|x|-x}}$ $\rightarrow |x| - x > 0 \rightarrow |x| > x \rightarrow D_g = \mathbb{R}^-$

$\rightarrow x - |x| > 0 \Rightarrow x > |x| \rightarrow D_f = \mathbb{R}^+$ $D_f \neq D_g \rightarrow f(x) \neq g(x)$

د) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x}{x-1} & ; x \neq 1 \\ 2 & ; x = 1 \end{cases}$, $g(x) = x^2+x$ $D_f = D_g$ ①
 ضوابط یکسان عمل می کنند. $\leftarrow \frac{x^2-x}{x-1} = \frac{x(x-1)(x+1)}{x-1} = x^2+x$ $f(x) = g(x)$

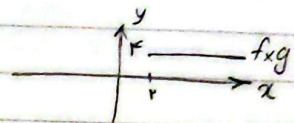
۳ اگر $f(x) + g(x) = x^2 + x + 1$, $f(x) - g(x) = x^2 - x + 1$ باشد، آن‌گاه ضابطه تابع $f(x) - g(x)$ را مشخص کنید.

$$f(x) - g(x) = (f(x) + g(x)) (f(x) - g(x)) = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) = (x^2 + 1)^2 - x^2 = x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 = x^4 + x^2 + 1$$

$g(x) = x$, $f(x) = x^2 + 1$ ←

۴ اگر $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 4}$, $g(x) = x + \sqrt{x^2 - 4}$ باشد، آن‌گاه ضابطه تابع $f \times g$ را مشخص کنید.

$$f \times g = (x - \sqrt{x^2 - 4})(x + \sqrt{x^2 - 4}) = x^2 - (x^2 - 4) = 4$$



۵ اگر دو تابع $f(x) = \frac{ax+2}{x^2-mx+n}$, $g(x) = \frac{x-b}{2x^2-3x-5}$ حسابی باشند، حاصل $am - bn$ را بیابید.

$$2x^2 - 3x - 5 = (x+1)(x-2,5)$$

$$x^2 - mx + n = x^2 - 1,5x - 2,5 \rightarrow m = 1,5, n = -2,5$$

$$\frac{2ax-4}{2x^2-3x-5} = \frac{x-b}{2x^2-3x-5} \rightarrow 2ax-4 = x-b \rightarrow b=4, 2a=1 \rightarrow a=0,5$$

$$am - bn = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} - 4(-2,5) = \frac{3}{4} + 10 = 10,75$$

۶ تابع $f(x) = \frac{bx+2}{ax+b}$ با تابع $g(x) = c$ که $Dg = \mathbb{R} - \{a\}$ حسابی است، حاصل $\frac{ab}{c}$ چه مقداری می‌تواند باشد؟

① $b=4 \rightarrow f(x) = c = \frac{4x+2}{ax+4} = \frac{1}{2} \quad \wedge x+4 \dots \rightarrow x = -4 = a$

$$\rightarrow \frac{ab}{c} = \frac{-4}{\frac{1}{2}} \times 4 \times 4 = -64$$

$$\frac{ab}{c} = \{\pm 4\}$$

② $b=-4 \rightarrow f(x) = c = \frac{-4x+2}{ax-4} = -\frac{1}{2} \quad \wedge x-4 \dots \rightarrow x = 4 = a$

$$\rightarrow \frac{ab}{c} = \frac{1}{4} \times (-4) \times (-4) = 4$$

۷ اگر $f^{-1} = \{(-1,3), (2,7), (3,-5), (0,0)\}$, $g = \{(2,4), (3,2), (-1,-4), (5,0)\}$ باشد، به تابع $\frac{fg}{f+g}$ را مشخص کنید.

$$f = \{(-1,2), (2,4), (3,-2), (0, \frac{1}{2})\}$$

$$2g = \{(2,8), (3,4), (-1,-8), (5,0)\} \quad Df \cap Dg = \{-1, 2, 3\}$$

$$f+g = \{(-1,-2), (2,8), (3,2)\} \quad \frac{2g}{f+g} = \{(-1,4), (2,1), (3,3)\} \rightarrow R(\frac{2g}{f+g}) = \{1, 3, 4\} \leftarrow$$

۸ اگر توابع $g = \{(r, -1), (-3, 1), (a-3b, 5)\}$ ، $f = \{(r, a), (-3, 3a-2b), (c, 5), (2, d)\}$

با هم برابر باشند حاصل $d+c$ را بدست آورید.

$$a = -1 \quad 3a - 2b = 1 \rightarrow b = -2$$

$$d = -1 \quad a - 3b = c \rightarrow -1 - 3(-2) = -1 + 6 = 5 = c \rightarrow d + c = 5 - 1 = 4$$

۹ اگر توابع $g(x) = \{(a, b)\}$ ، $f(x) = \sqrt{-x^2 + x - m}$ حاصل $a+b$ کدام است؟

چون $g(x)$ تک نقطه است، باید در $f(x)$ هم نقطه یک نقطه جواب دهد.

$$m = \frac{1}{4} \rightarrow \sqrt{-(x - \frac{1}{2})^2} = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2} \rightarrow a = \frac{1}{2}, b = 0 \rightarrow a + b = \left(\frac{1}{2}\right)$$

۱۰ اگر توابع $g(x) = \frac{2}{x-c}$ ، $f(x) = \frac{2x+a}{x^2+4x+b}$ برابر باشند، حاصل $a+b+c$ را محاسبه کنید.

$f(x)$ هم باید نقطه یک ریشه داشته باشد (ریشه مضاعف) که همان c است.

$$x^2 + 4x + b = (x-c)^2 \rightarrow b = 9, c = -3$$

$$\frac{2(x + \frac{a}{2})}{(x-c)^2} = \frac{2}{x-c} \rightarrow x + \frac{a}{2} = x - c \rightarrow a = -2c = 6$$

$$\rightarrow a + b + c = 6 + 9 - 3 = 12$$