

۱۷، ۱۵

تکلیف شماره ۱۸، گروه دهم A دفتر

«به نام خدا»

پریا نعل محمدی

الف) $f(x) = \sqrt{x|x|}$, $g(x) = x$ $Dg = \mathbb{R}$ $Df = [0, +\infty)$ $\leftarrow x \geq 0$
 $Df \neq Dg \rightarrow f(x) \neq g(x)$ ✓

۵

ب) $f(x) = \frac{(x+3)(x+1)+x+2}{x^2+5x+6}$, $g(x) = 1$ $Df = \mathbb{R}$ $Dg = \mathbb{R}$ ①
 $f(x) = g(x)$ ✓ ضوابط هم مانند یکدیگر عمل می کنند.

ج) $f(x) = \frac{2\sin^2 x - 4\sin x}{2\sin x - 3}$, $g(x) = 2\sin x$ $Dg = \mathbb{R}$ $Df = Dg$ ①

$\hookrightarrow 2\sin x - 3 = 0 \rightarrow \sin x = \frac{3}{2}$ هیچ کاه $\frac{3}{2}$ نمی شود. $Df = \mathbb{R}$ / ضوابط ✓
 $f(x) = f(g)$ ✓

د) $f(x) = \frac{x}{|x|}$, $g(x) = \frac{|x|}{x}$ $Df = Dg = \mathbb{R} - \{0\}$ ① ضوابط یکسان عمل می کنند.
 $f(x) = g(x)$ ✓

الف) $f(x) = \left[\frac{x^2}{x^2+1} \right]$, $g(x) = [x - [x]]$ $Df = Dg = \mathbb{R}$ ① $f(x) = g(x)$ ✓

② ضوابط یکسان عمل می کنند. $\leftarrow \frac{x^2}{x^2+1} < 1 \rightarrow f(x) = 0$ $\leftarrow x - [x] < 1 \rightarrow g(x) = 0$

ب) $f(x) = \frac{1}{[2x]}$, $g(x) = \frac{1}{2[x]}$ $\rightarrow 2[x] = 0 \rightarrow 0 \leq x < 1 \rightarrow Dg = \mathbb{R} - [0, 1)$

$\hookrightarrow [2x] = 0 \rightarrow 0 \leq 2x < 1 \rightarrow 0 \leq x < \frac{1}{2} \rightarrow Df = \mathbb{R} - [0, \frac{1}{2})$

ج) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-|x|}}$, $g(x) = \frac{1}{\sqrt{|x|-x}}$ $\rightarrow |x| - x > 0 \rightarrow |x| > x \rightarrow Dg = \mathbb{R}^-$

$\hookrightarrow x - |x| > 0 \Rightarrow x > |x| \rightarrow Df = \mathbb{R}^+$ $Df \neq Dg \rightarrow f(x) \neq g(x)$

د) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x}{x-1} ; x \neq 1 \\ 2 ; x = 1 \end{cases}$, $g(x) = x^2+x$ $Df = Dg$ ① ضوابط یکسان عمل می کنند.
 $\frac{x^2-x}{x-1} = \frac{x(x-1)(x+1)}{x-1} = x^2+x$ $f(x) = g(x)$

۳ اگر $f(x) + g(x) = x^2 + x + 1$ ، $f(x) - g(x) = x^2 - x + 1$ باشد، آن گاه ضابطه تابع $f(x) - g(x)$ را مشخص کنید.

$$f(x) - g(x) = (f(x) + g(x)) (f(x) - g(x)) = (x^2 + x + 1) (x^2 - x + 1) = (x^2 + 1)^2 - x^2 = x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 = x^4 + x^2 + 1$$

(۵)

$$g(x) = x, f(x) = x^2 + 1$$

۴ اگر $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 4}$ ، $g(x) = x + \sqrt{x^2 - 4}$ باشد، آن گاه ضابطه تابع $f \times g$ را مشخص کنید.

$$f \times g = (x - \sqrt{x^2 - 4})(x + \sqrt{x^2 - 4}) = x^2 - (x^2 - 4) = 4$$

(۵)

۵ اگر دو تابع $f(x) = \frac{ax + 2}{x^2 - mx + n}$ ، $g(x) = \frac{x - b}{2x^2 - 3x - 5}$ حسابی باشند، حاصل $am - bn$ را بیابید.

$$2x^2 - 3x - 5 = (x + 1)(x - 2, 5)$$

$$x^2 - mx + n = x^2 - 1, 5x - 2, 5 \rightarrow m = 1, 5, n = -2, 5$$

$$\frac{2ax - 4}{2x^2 - 3x - 5} = \frac{x - b}{2x^2 - 3x - 5} \rightarrow 2ax - 4 = x - b \rightarrow b = \frac{4}{2}, 2a = 1 \rightarrow a = 0, 5$$

$$am - bn = \frac{1}{2} \times \frac{4}{2} - 4(-2, 5) = \frac{4}{4} + 10 = 1, 25$$

(۵)

۶ تابع $f(x) = \frac{bx + 2}{ax + b}$ با تابع $g(x) = c$ که $Dg = \mathbb{R} - \{a\}$ حسابی است، حاصل $\frac{ab}{c}$ چه مقداری می تواند باشد؟

$$\textcircled{1} b = 4 \rightarrow f(x) = c = \frac{4x + 2}{ax + 4} = \frac{1}{2} \quad \wedge x + 4 = 0 \rightarrow x = -\frac{4}{1} = -4$$

$$\rightarrow \frac{ab}{c} = \frac{-4 \times 4 \times 2}{1} = -32$$

$$\frac{ab}{c} = \{\pm 4\}$$

(۵)

$$\textcircled{2} b = -4 \rightarrow f(x) = c = \frac{-4x + 2}{ax - 4} = -\frac{1}{2} \quad \wedge x - 4 = 0 \rightarrow x = \frac{4}{1} = 4$$

$$\rightarrow \frac{ab}{c} = \frac{1}{4} \times (-4) \times (-4) = 4$$

۷ اگر $f - 1 = \{(-1, 3), (2, 7), (3, -5), (0, 0)\}$ ، $g = \{(2, 4), (3, 2), (-1, -4), (5, 0)\}$ باشد، $f \times g$ را مشخص کنید.

$$f = \{(-1, 2), (2, 4), (3, -2), (0, \frac{1}{2})\}$$

$$2g = \{(2, 8), (3, 4), (-1, -8), (5, 0)\} \quad Df \cap Dg = \{-1, 2, 3\}$$

$$f \times g = \{(-1, -2), (2, 8), (3, 4)\} \quad \frac{2g}{f \times g} = \{(-1, 4), (2, 1), (3, 2)\} \rightarrow R(\frac{2g}{f \times g}) = \{1, 3, 4\}$$

۱. اگر توابع $g = \{(r, -1), (-3, 1), (a-3b, 5)\}$ ، $f = \{(r, a), (-3, 3a-2b), (c, 5), (2, d)\}$ با هم برابر باشند حاصل $d+c$ را بیابید.

$$a = -1 \quad 3a - 2b = 1 \rightarrow b = -2$$

$$d = -1 \quad a - 3b = c \rightarrow -1 - 3(-2) = -1 + 6 = 5 = c \rightarrow d + c = 5 - 1 = 4$$

۲. اگر توابع $g(x) = \{(a, b)\}$ ، $f(x) = \sqrt{-x^2 + x - m}$ با هم مساوی باشند، حاصل $a+b$ را بیابید؟

چون $g(x)$ یک نقطه است، باید در $f(x)$ هم نقطه یک نقطه جواب دهد.

$$m = \frac{1}{4} \rightarrow \sqrt{-(x - \frac{1}{2})^2} = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2} \rightarrow a = \frac{1}{2}, b = 0 \rightarrow a+b = \left(\frac{1}{2}\right)$$

۳. اگر توابع $g(x) = \frac{2}{x-c}$ ، $f(x) = \frac{2x+a}{x^2+4x+b}$ برابر باشند، حاصل $a+b+c$ را محاسبه کنید.

$f(x)$ هم باید نقطه یک ریشه داشته باشد (ریشه مضاعف) که همان c است.

$$x^2 + 4x + b = (x-c)^2 \rightarrow b = 9, c = -3$$

$$\frac{2(x + \frac{a}{2})}{(x-c)^2} = \frac{2}{x-c} \rightarrow x + \frac{a}{2} = x - c \rightarrow a = -2c = 6$$

$$\left. \begin{array}{l} a+b+c = \\ 6+9-3 = 12 \end{array} \right\}$$