ساعتسری تکلیف ۸ دهم دختر A

۱) الف) $x|x| \geq ۰$ $x^۲ \geq ۰$ $x \geq ۰$ $D_f=[۰,+\infty)$ $D_g=\mathbb{R}$ $D_f \neq D_g$ برابرنیستند.

$f(x)=\sqrt{x^۲}=|x|=x$ $(x \geq ۰)$ $f(x)=g(x)$

ب) $\Delta=۲۵-۲۸=-۳<۰$ ریشه حقیقی ندارد $\longrightarrow x \in \mathbb{R}$ $D_f=\mathbb{R}$ $D_g=\mathbb{R}$ $D_f=D_g$ برابرهستند

$(x+۳)(x+۱)+x+۴=x^۲+۳x+x+۳+x+۴=x^۲+۵x+۷$ $\frac{(x+۳)(x+۱)+x+۴}{x^۲+۵x+۷}=۱=g(x)$ $f(x)=g(x)$

ج) $۲\sin x-۳ \neq ۰$ $\sin x \neq \frac{۳}{۲} \longrightarrow D_f=\mathbb{R}$ $۴\sin^۲ x-۶\sin x=۲\sin x(۲\sin x-۳)$ $g(x)=۲\sin x$ $D_g=\mathbb{R}$

$f(x)=\frac{۲\sin x(۲\sin x-۳)}{۲\sin x-۳}=۲\sin x=g(x)$ $D_f=D_g\ ,\ f(x)=g(x)$ برابرهستند

د) $x \neq ۰$ $D_f=D_g=\mathbb{R}-\{۰\}$ $f(x)=\frac{x}{x}=۱$ $f(x)=\frac{x}{-x}=-۱$ $g(x)=\frac{x}{x}=۱$ $g(x)=\frac{-x}{x}=-۱$

$x>۰ \longrightarrow |x|=x$ $f(x)=g(x)\begin{cases}۱ & x>۰\\ -۱ & x<۰\end{cases}$ برابرهستند.

۲) الف) $x^۲+۱>۰$ $D_f=\mathbb{R}$ $D_f=D_g=\mathbb{R}$ $x^۲+۱>۰ \longrightarrow x^۲ \geq ۰$ $۰ \leq \frac{x^۲}{x^۲+۱}<۱$ برابرهستند.

$x-[x] \in [۰,۱)$ $D_g=\mathbb{R}$ $f(x)=g(x)=۰$ $x^۲+۱>x^۲$ $\xrightarrow[\text{برای همه x ها}]{} f(x)=۰$

$۰ \leq [x-[x]]<۱ \xrightarrow{\text{جزء صحیح صفر}} g(x)=۰$

ب) $[۲x] \neq ۰$ $۰ \leq ۲x<۱ \longrightarrow ۰ \leq x<\frac{۱}{۲}$ $D_f=\mathbb{R}-[۰,\frac{۱}{۲})$ برابرنیستند

$۲[x] \neq ۰$ $۰ \leq x<۱$ $D_g=\mathbb{R}-[۰,۱)$ $D_f \neq D_g$

ج) $x-|x|>۰$ $x>۰ \longrightarrow |x|=x \longrightarrow x-|x|=x-x=۰$ ×
$x<۰ \longrightarrow |x|=-x \longrightarrow x-(-x)=۲x>۰ \longrightarrow x>۰$ غیرممکن $\Big\}\ D_f=\emptyset$ $D_f \neq D_g$ برابرنیستند

$|x|-x>۰$ $x>۰ \longrightarrow |x|=x \longrightarrow x-x=۰ \longrightarrow x \geq ۰$ ×
$x<۰ \longrightarrow |x|=-x \longrightarrow -x-x=-۲x>۰ \longrightarrow x<۰$ ✓ $\Big\}\ D_g=(-\infty,۰)$

د) $x-۱ \neq ۰$ $x \neq ۱$ $g(x)=۲\ ;\ x \neq ۱$ $\frac{x^۳-x}{x-۱}=\frac{x(x+۱)(x-۱)}{x-۱}=x^۲+x$

$D_f=\mathbb{R}-\{۱\}$ $D_g=\mathbb{R}$ $x^۲+x=۲$ $x^۲+x-۲=۰$ $(x+۲)(x-۱)=۰$ $x=-۲$ $x=۱$ در دامنه حذف شده

$D_f \neq D_g$ $f(x)=g(x) \longrightarrow x=-۲$ تقاطع

در دامنه برابر نیست

۳) $(f+g)+(f-g)=(x^۲+x+۱)+(x^۲-x+۱) \longrightarrow ۲f(x)=۲x^۲+۲ \longrightarrow f(x)=x^۲+۱$

$f(x)+g(x)=(x^۲+۱)+g(x) \longrightarrow g(x)=x$

$f^۲(x)=(f(x))^۲=(x^۲+۱)^۲=x^۴+۲x^۲+۱$ $g^۲(x)=(g(x))^۲=x^۲$ $f^۲(x)+g^۲(x)=x^۴+۲x^۲+۱-x^۲=x^۴+x^۲+۱$

۴) $x^۲-۴ \geq ۰$ $x^۲ \geq ۴$ $x \leq -۲$ $x \geq ۲$ $D_f \cap D_g=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$

۵) $x^۲-mx+n=k(۲x^۲-۳x-۵)$ $x^۲-mx+n=۲kx^۲-۳kx-۵k$ $۱=۲k$ $k=\frac{۱}{۲}$ ضریب $x^۲$

$-m=-۳k=-\frac{۳}{۲}$ $m=\frac{۳}{۲}$ ضریب x

$n=-۵k=-\frac{۵}{۲}$ ثابت

$ax+۲=k(x-b)$

$\frac{۱}{۲}(x-b) \xrightarrow{\text{ضریب } x} a=\frac{۱}{۲}$ $۲=-\frac{b}{۲} \longrightarrow b=-۴$

$am-bn=(\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۲})-((-۴)\times(-\frac{۵}{۲}))=\frac{۳}{۴}-۱۰=\frac{-۳۷}{۴}$

۶)

$\frac{bx+۲}{۸x+b}=c$ $\quad$ $۸x+b\neq ۰$, $x\neq \frac{-b}{۸}$ $\quad$ $bx+۲=۸cx+bx$

$b=۸c \longrightarrow b=۸c=۸\times\frac{۲}{b}$ $\quad$ $b^۲=۱۶$ $\quad$ $b=\pm ۴$

$۲=bc \longrightarrow c=\frac{۲}{b}$

$a=\frac{-b}{۸}$ (نقطه حذف شده

$b=۴ \longrightarrow c=\frac{۲}{۴}=\frac{۱}{۲}$

$b=-۴ \longrightarrow c=\frac{۲}{-۴}=-\frac{۱}{۲}$

$\frac{ab}{c}=\frac{(\frac{-b}{۸})\times b}{c}=\frac{-b^۲}{۸\cancel{c}\,\frac{۲}{b}}=\frac{-b^۲}{\frac{۱۶}{b}}=\frac{-b^۳}{۱۶}$ $\quad$ $\frac{ab}{c}=\frac{-۴^۳}{۱۶}=-۴$ $\quad$ $\frac{ab}{c}=\frac{-(-۴)^۳}{۱۶}=۴$

---

۷)

$f=\{(-۱,۲),(۲,۴),(۳,-۲),(۰,\frac{۱}{۲})\}$

$۲g=\{(۲,۸),(۳,۱۲),(-۱,-۸),(۵,۰)\}$

$f+g=\{(-۱,-۲),(۲,۸),(۳,۴)\}$

اشتراک $-۱,۲,۳$

$\frac{۲g}{f+g}=\frac{\{(۲,۸)(۳,۱۲)(-۱,-۸)(۵,۰)\}}{\{(-۱,-۲)(۲,۸)(۳,۴)\}}=\{(۲,۱)(۳,۳)(-۱,۴)\}$

برد : ۱ , ۳ , ۴

---

۸)

$a=d=-۱$

$۳a-۲b=۱ \longrightarrow -۳-۲b=۱ \longrightarrow -۲b=۴ \longrightarrow ۲b=-۴ \longrightarrow b=-۲$

$a-۳b=c \longrightarrow -۱-(-۶)=۵$ $\quad$ $d+c=-۱+۵=۴$

---

۹)

$-x^۲+x-m\geq ۰$ $\quad$ $\Delta=۱-۴m$

یک ریشه $\longrightarrow \Delta=۰$ $\quad$ $۱-۴m=۰ \longrightarrow ۴m=۱ \longrightarrow m=\frac{۱}{۴}$

$-x^۲+x+\frac{۱}{۴}$ $\quad$ $x=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۱}{-۲}=\frac{۱}{۲}$ $\quad$ $f(\frac{۱}{۲})=\sqrt{۰}=۰$

$g(x)=\{(a,b)\} \longrightarrow \{(\frac{۱}{۲},۰)\}$ $\quad$ $a+b=\frac{۱}{۲}$

---

۱۰)

$(۲x+a)(x-c)=۲(x^۲+۶x+b)$

$۲x^۲+۱۲x+۲b$

$(۲x+a)(x-c)=۲x(x-c)+a(x-c)=۲x^۲-۲xc+ax-ac=۲x^۲+(a-۲c)x-ac$

$a-۲c=۱۲$ $\quad$ $a=۱۲+۲c$ $\quad$ $-ac=۲b$ $\quad$ $b=-\frac{ac}{۲}=\frac{-(۱۲+۲c)c}{۲}$

$a+b+c=(۱۲+۲c)-\frac{۱۲c-۲c^۲}{۲}+c=۱۲+۳c-۶c-c^۲=۱۲-۳c-c^۲$