

نام و نام خانوادگی: پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره کلاس: A

الف) $f(n) = \sqrt{n \cdot \ln n} \cdot g(n) = n$ $\times$ ب) $f(n) = \frac{(n^2+1)(n+1)+n+1}{n^2+2n+1}$, $g(n) = 1$ $\checkmark$ ج) $f(n) = \frac{\varepsilon \sin n - \varepsilon \sin n}{\varepsilon \sin n - \varepsilon}$, $g(n) = \varepsilon \sin n$ $\checkmark$ د) $f(n) = \frac{n}{\ln n}$, $g = \frac{\ln n}{n}$ $\checkmark$	برابر نیست $\times$ برابر است $\checkmark$ برابر است $\checkmark$ برابر است $\checkmark$
الف) $f(n) = \left\lfloor \frac{n^2}{n^2+1} \right\rfloor$, $g(n) = \left\lfloor n - \left\lfloor n \right\rfloor \right\rfloor$ $\checkmark$ ب) $f(n) = \frac{1}{\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor}$, $g(n) = \frac{1}{\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor}$ $\times$ ج) $f(n) = \frac{1}{\sqrt{n-1}}$, $g(n) = \frac{1}{\sqrt{n-1}}$ $\times$ د) $f(n) = \begin{cases} \frac{n^2-n}{n-1} & n \neq 1 \\ 1 & n = 1 \end{cases}$, $g(n) = \frac{n^2+n}{n+1}$ $\checkmark$	برابر است $\checkmark$ برابر است $\times$ برابر است $\times$ برابر است $\checkmark$
الف) $f(n) = n^2 - n + 1$, $g(n) = n^2 + n + 1$ ب) $f(n) = (n^2 + n + 1) + (n^2 - n + 1) = 2n^2 + 2$ ج) $g(n) = (n^2 + n + 1) - (n^2 - n + 1) = 2n$ د) $(n^2 + 1)^2 - (n^2)^2 = n^4 + 2n^2 + 1 - n^4 = 2n^2 + 1$	برابر است $\checkmark$ برابر است $\checkmark$ برابر است $\checkmark$ برابر است $\checkmark$
الف) $f(n) = n + \sqrt{n^2 - \varepsilon}$, $g(n) = n - \sqrt{n^2 - \varepsilon}$ ب) $(n - \sqrt{n^2 - \varepsilon}) \times (n + \sqrt{n^2 - \varepsilon}) = n^2 - (n^2 - \varepsilon) = \varepsilon$ ج) $\left[\varepsilon, (-\infty, -r] \cup [r, +\infty) \right]$	برابر است $\checkmark$ برابر است $\checkmark$ برابر است $\checkmark$
الف) $Dg = Df$ ب) $Dg = 2n^2 - 2n - 1 \neq 0$ ج) $\Delta = b^2 - 4ac = 9 - (1 \times 4) = 5$ د) $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$	برابر است $\checkmark$ برابر است $\checkmark$ برابر است $\checkmark$ برابر است $\checkmark$

تابع $f(n) = \frac{bn+r}{n+b}$ و $g(n) \in \mathbb{R} - \{a\}$ حاصل $\frac{ab}{c}$ می‌تواند $\frac{bn+r}{n+b} \leq c \rightarrow bn+r \leq cn+bc$ $nc=b \rightarrow b = n \times \frac{1}{c} \leq \frac{1}{c} \leq b = n \times \frac{1}{c} \leq \frac{1}{c}$ $r \leq bc \leq nc \leq nc \rightarrow c \leq \frac{1}{n} \leq \frac{1}{c}$ $\frac{ab}{c} \leq \frac{\frac{1}{c} \times \frac{1}{c}}{-\frac{1}{c}} \leq \frac{1}{c} \leq \frac{-\frac{1}{c} \times \frac{1}{c}}{-\frac{1}{c}} \leq \frac{1}{c}$ $c \leq \frac{1}{n} \leq \frac{1}{c} \quad \frac{ab}{c} \in \{\frac{1}{c}, -\frac{1}{c}\}$	تابع $f(n) = \frac{bn+r}{n+b}$ و $g(n) \in \mathbb{R} - \{a\}$ حاصل $\frac{ab}{c}$ می‌تواند $ns - \frac{b}{n} = a \quad \downarrow$ $bs \leq ns - \frac{1}{n}$ $bs - \frac{1}{n} \leq ns - \frac{1}{n}$
$f = \{(1, 2), (2, 4), (-1, -2), (0, 0)\}$ $g = \{(1, 1), (2, 2), (-1, -1), (0, 0)\}$ $f+g = \{(1, 3), (2, 6), (-1, -3), (0, 0)\}$	$f = \{(1, 2), (2, 4), (-1, -2), (0, 0)\}$ $g = \{(1, 1), (2, 2), (-1, -1), (0, 0)\}$ $f+g = \{(1, 3), (2, 6), (-1, -3), (0, 0)\}$
اگر تابع $f = \{(1, a), (-2, 3a-2b), (c, d), (x, y)\}$ و $g = \{(2, -1), (-2, 1), (a-2b, d)\}$ با هم برابر باشند حاصل $\begin{cases} a-2b=1 \\ a-2b \leq c \end{cases}$ $\begin{cases} 9+4b \leq -3 \\ -2-4b \leq 2c \end{cases}$ $c \leq 10$	اگر تابع $f = \{(1, a), (-2, 3a-2b), (c, d), (x, y)\}$ و $g = \{(2, -1), (-2, 1), (a-2b, d)\}$ با هم برابر باشند حاصل $-1+d \leq 2$
اگر تابع $f(n) = \sqrt{-n^2+n+m}$ و $g(n) = \{(a, b)\}$ با هم برابر باشند حاصل $a+b$ می‌تواند $f(a) \leq b \leq \sqrt{a^2+am}$ $\Delta \leq (-1)^2 - 2(m) \leq 1 - 2m \geq 0 \rightarrow m \leq \frac{1}{2}$ $\Delta \leq 0 \rightarrow 1 - 2m \leq 0 \rightarrow m \geq \frac{1}{2}$ $a+b \leq \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}$	اگر تابع $f(n) = \sqrt{-n^2+n+m}$ و $g(n) = \{(a, b)\}$ با هم برابر باشند حاصل $a+b$ می‌تواند $n^2 - n + m \leq 0$ $n^2 - n + \frac{1}{4} = 0$ $(n - \frac{1}{2})^2 \leq 0$ $n = \frac{1}{2}$ $f(\frac{1}{2}) = \sqrt{(\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$
اگر تابع $f(n) = \frac{r}{n-c}$ و $g(n) = \frac{r}{n-c}$ با هم برابر باشند حاصل $a+b+c$ می‌تواند $r^2 + 12n + 2b \leq r^2 - 2nc + an - ac$ $a - 2c \leq 12 - ac \leq b$	اگر تابع $f(n) = \frac{r}{n-c}$ و $g(n) = \frac{r}{n-c}$ با هم برابر باشند حاصل $a+b+c$ می‌تواند $n^2 + 4n + b \leq (n-c)^2 \leq n^2 - 2cn + c^2$ $a+b+c \leq 4+9-2=11$