۱۸

نام و نام خانوادگی [illegible] پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۸... کلاس ...A...

۱

الف) $f(x)=\sqrt{x\cdot|x|}$ ، $g(x)=x$ ✗ — x^2 یا $-x^2$

برابرند ✓ — برابر نیستند ✗

ب) $f(x)=\dfrac{(x+3)(x+1)+x+4}{x^2+5x+7}$ ، $g(x)=1$ ✓

$\dfrac{(x^2+x+3x+3)+x+4}{x^2+5x+7}=\dfrac{x^2+5x+7}{x^2+5x+7}=1$

ج) $f(x)=\dfrac{4\sin^2 x-6\sin x}{2\sin x-3}$ ، $g(x)=2\sin x$ ✓

$\dfrac{2\sin x(2\sin x-3)}{2\sin x-3}=2\sin x$

بجز حالتی که مخرج صفر شود

د) $f(x)=\dfrac{x}{|x|}$ ، $g=\dfrac{|x|}{x}$

$\dfrac{x}{x}=1$ ، $x\geq 0$ — $\dfrac{x}{-x}=-1$ ، $x<0$ ✓ — $\dfrac{-x}{x}=-1$ ، $x\geq 0$ — $\dfrac{x}{x}=1$ ، $x<0$

۳

۲

الف) $f(x)=\left[\dfrac{x^2}{x^2+1}\right]$ ، $g(x)=[x-[x]]$ ✓ — $0<\dfrac{x^2}{x^2+1}<1$

ب) $f(x)=\dfrac{1}{[2x]}$ ، $g(x)=\dfrac{1}{2[x]}$ ✗ — مثلا $x=\frac{1}{2}$

ج) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x-|x|}}$ ، $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{|x|-x}}$ ✗ — $x>0$ ، $x\geq 0$ ، $x-x=0$

$-x-x=-2x>0$ ، $x<0$

د) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-x}{x-1} & x\neq 1\\ 2 & x=1\end{cases}$ ، $g(x)=x^2+x$ ✓

$\dfrac{x(x-1)(x+1)}{x-1}$ ، $1+1=2$ ، $1\times(1+1)=2$ ، $x\neq 1$

$x-(-x)=2x<0$ تعریف نشده

۲

۳

اگر $f(x)+g(x)=x^2+x+1$ و $f(x)-g(x)=x^2-x+1$ باشد آنگاه ضابطه تابع $f^2(x)-g^2(x)$ را مشخص کنید و ضابطه تابع های $f(x)$ و $g(x)$ را نیز مشخص کنید.

معادله ۲ مجهولی

$2f(x)=(x^2+x+1)+(x^2-x+1)=x^2+x+1+x^2-x+1=2x^2+2\rightarrow f(x)=x^2+1$ — جمع ۲ معادله

$2g(x)=(x^2+x+1)-(x^2-x+1)=x^2+x+1-x^2+x-1=2x\rightarrow g(x)=x$ — تفریق ۲ معادله

$(x^2+1)^2-(x)^2=x^4+1+2x^2-x^2=x^4+x^2+1$

۳

۴

اگر $f(x)=x-\sqrt{x^2-4}$ و $g(x)=x+\sqrt{x^2-4}$ باشد آنگاه تابع $f\times g$ را رسم کنید.

$x\geq 2$ ، $x\leq -2$

شکل تابع؟

$(x-\sqrt{x^2-4})\times(x+\sqrt{x^2-4})=x^2-(x^2-4)=x^2-x^2+4=4$

$\begin{cases}4 & (-\infty,-2]\cup[2,+\infty)\\ \text{تعریف نشده} & (-2,2)\end{cases}$ ✓

۱٫۵

۵

اگر دو تابع $f(x)=\dfrac{ax+2}{x^2-mx+n}$ و $g(x)=\dfrac{x-b}{2x^2-3x-5}$ مساوی باشند حاصل $am-bn$ را بدست آورید.

$D_g=D_f$

$D_g=2x^2-3x-5\neq 0$

$\Delta=b^2-4ac=9-(4\times -5\times 2)=49$ — -40

$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{3\pm\sqrt{49}}{4}$ — $\dfrac{3+7}{4}=\dfrac{5}{2}$ ، $\dfrac{3-7}{4}=-1$

$D_g=R-\left\{\frac{5}{2},-1\right\}$

$(x-\frac{5}{2})(x+1)=x^2\ldots$ — $x=\frac{5}{2}$ — ~~$x=\ldots$~~ — $x=-\frac{5}{2}$

$x=0\rightarrow$ محال $\rightarrow b=-4$ ✓

$x=0$ — $\dfrac{2}{-\frac{5}{2}}=-\dfrac{4}{5}$

$x=1\rightarrow\dfrac{5}{-6}$ — $x=1\rightarrow\dfrac{(a+2)\times 3}{-2\times 3}=\dfrac{a+6}{-6}$

$(-\frac{1}{2}\times\frac{1}{-\frac{12}{4}})-(-4\times-\frac{5}{2})=\frac{59}{4}$ ~~$\boxed{\frac{59}{4}}$~~ ~~$3\times a+6=5$~~

۰٫۵

۶	تابع $f(x)=\frac{bx+2}{8x+b}$ با تابع $g(x)=c$ که $D_g=\mathbb{R}-\{a\}$ مساوی است حاصل $\frac{ab}{c}$ چه مقدار را می‌تواند داشته باشد؟ $8x+b=0 \to x=-\frac{b}{8}=a$ $\frac{bx+2}{8x+b}=c \longrightarrow bx+2=8cx+bc$ $8c=b \longrightarrow b=8\times\frac{1}{2}=4$ ؛ $b=8\times-\frac{1}{2}=-4$ $2=bc=8c\times c=8c^2 \longrightarrow c^2=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$ $c=\pm\frac{1}{2}$ $b=4 \quad x=-\frac{1}{2}$ $b=-4 \quad x=\frac{1}{2}$ $\frac{ab}{c}=\frac{\frac{1}{2}\times -4}{-\frac{1}{2}}=4$ ؛ $\frac{-\frac{1}{2}\times 4}{\frac{1}{2}}=-4$ $\frac{ab}{c}\in\{4,-4\}$ ۲
۷	اگر $g=\{(2,4),(3,6),(-1,-4),(5,0)\}$ و $f^{-1}=\{(-1,2),(2,7),(4,-5),(0,0)\}$ $2g=\{(2,8),(3,12),(-1,-8),(5,0)\}$ $2f^{-1}=3$ ، $2f^{-1}=7$ ، $2f^{-1}=5$ $2f=4$ ، $2f=8$ ، $2f=-4$ ، $2f=1$ $f=2$ ، $f=4$ ، $f=-2$ ، $f=\frac{1}{2}$ $f=\{(-1,2),(2,4),(3,-2),(0,\frac{1}{2})\}$ $f+g=\{(-1,-2),(2,8),(3,4)\}$ $\frac{2g}{f+g}=\{(2,1),(3,3),(-1,4)\}$ ۲
۸	اگر توابع $f=\{(2,a),(-3,3a-2b),(c,d),(1,d)\}$ و $g=\{(2,-1),(-3,1),(a-3b,5)\}$ باهم برابر باشند حاصل $d+c$ را بدست آورید $3a-2b=1$ $a-3b=c$ $-3-2b=1 \quad \times -3$ $-1-3b=c \quad \times 2$ $\begin{cases} 9+6b=-3 \\ -2-6b=2c \end{cases}$ $7=2c-3 \longrightarrow 2c=10$ $c=5$ $d=a=-1$ $-1+5=4$ ۲
۹	اگر توابع $f(x)=\sqrt{-x^2+x-m}$ و $g(x)=\{(a,b)\}$ باهم مساوی باشند حاصل $a+b$ کدام است؟ $f(a)=b=\sqrt{-a^2+a-m}$ $x^2-x+m\leq 0$ $\Delta=(-1)^2-4(m)=1-4m\geq 0 \longrightarrow m\leq\frac{1}{4}$ $\Delta=0 \longrightarrow 1-4m=0 \longrightarrow m=\frac{1}{4}$ $x^2-x+\frac{1}{4}=0$ $(x-\frac{1}{2})^2=0$ $x=\frac{1}{2}$ $f(\frac{1}{2})=\sqrt{-(\frac{1}{2})^2+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}=\sqrt{-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}=0$ $a+b=\frac{1}{2}+0=\frac{1}{2}$ ۲
۱۰	اگر دو تابع $f(x)=\frac{2x+a}{x^2+6x+b}$ و $g(x)=\frac{2}{x-c}$ برابر باشند حاصل $a+b+c$ کدام است؟ $\cancel{2x^2}+12x+2b=\cancel{2x^2}-2xc+ax-ac$ $a-2c=12 \qquad -ac=2b$ $x^2+6x+b=(x-c)^2=x^2-2cx+c^2$ $a+b+c=6+9-3=12$ ۳